

## МАШИНОСТРОЕНИЕ

Научная статья

УДК 62-135.1

EDN: HAEDBL

DOI: 10.21285/1814-3520-2025-4-492-501



## Верификации созданных и применяемых конечноэлементных моделей и программ при расчёте ресурса конструкций лопаток турбомашин с учётом геометрической расстройки параметров

О.В. Репецкий<sup>1✉</sup>, Ван Мань Нгуен<sup>2</sup><sup>1,2</sup>Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского, Иркутск, Россия

**Резюме.** Целью настоящего исследования является проверка математических моделей, численных методов и комплекса программ для подтверждения их адекватности и возможности применения в оценке долговечности реальных рабочих колес турбомашин. Анализ прочностных характеристик высоконагруженных элементов роторов турбомашин с учетом расстройки параметров является одной из актуальных и ключевых задач в энергетическом и транспортном двигателестроении. Основным методом изучения данных характеристик является метод конечных элементов в трехмерной постановке. Дополнительно в работе используются теории упругости и колебаний, механика деформируемого твердого тела, методы суммирования повреждений и гипотезы накопления усталостных напряжений. Применены матричные вычисления, численное интегрирование и методы решения алгебраических систем уравнений. В данной работе представлен анализ долговечности модели рабочего колеса паровой турбины с использованием трехмерных конечных элементов TET10 в коммерческом программном комплексе ANSYS WORKBENCH с применением авторских программ. Полученные численные результаты в рамках созданных конечноэлементных моделей для всех видов расстройки сопоставлены с экспериментом, аналитическим решением и расчетными данными в программе ABAQUS с учетом геометрической расстройки. Это позволяет расширить их применение с модельных конструкций паровых турбин на реальные промышленные изделия. В результате вычислительного эксперимента получены новые научные результаты по верификации авторского программного обеспечения и интерфейса, связывающего эти программы с известными коммерческими пакетами, при анализе ресурса модели паровой турбины с расстройкой геометрических параметров. Практическая значимость работы заключается в возможности применения данного подхода к оценке долговечности реальных конструкций осевых и радиальных турбомашин при их проектировании и доводке, что существенно сокращает временные и финансовые затраты для создания новых компрессоров и турбин.

**Ключевые слова:** верификация, конечноэлементная модель, расстройка, долговечность, рабочие лопатки, турбомашин, напряжения

**Финансирование.** Данная работа выполнена в рамках гранта РНФ № 24-29-20061. Авторы благодарят РНФ за поддержку настоящих исследований.

**Для цитирования:** Репецкий О.В., Нгуен Ван Мань. Верификации созданных и применяемых конечноэлементных моделей и программ при расчёте ресурса конструкций лопаток турбомашин с учётом геометрической расстройки параметров // iPolytech Journal. 2025. Т. 29. № 4. С. 492–501. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2025-4-492-501>. EDN: HAEDBL.

## MECHANICAL ENGINEERING

Original article

## Turbomachine blade life assessment with geometric mistuning

O.V. Repetskii<sup>1✉</sup>, Van Manh Nguyen<sup>2</sup><sup>1,2</sup>Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, Irkutsk, Russia

**Abstract.** This study aims to verify the mathematical models, numerical methods, and software suite developed for assessing the service life of actual turbomachine rotors and confirm their adequacy for industrial applications. The strength analysis of highly loaded turbomachine rotor components, accounting for parameter mistuning, represents a critical challenge in power generation and aerospace engine design. The primary investigative method employed is the finite element method (FEM) in a three-dimensional formulation. The research utilizes theories of elasticity and vibration, mechanics of deformable solids, damage summation methods, and fatigue accumulation hypotheses. The computational framework involves matrix computations, numerical integration, and methods for solving systems of algebraic equations.

A durability analysis of a steam turbine wheel model was carried out using TET10 three-dimensional finite elements within the commercial ANSYS WORKBENCH software, enhanced with custom-developed codes. The numerical results from these finite element models for all mistuning types were compared with the experimental data, analytical solutions, and computational results from the ABAQUS software, which incorporated geometric mistuning. This integrated validation confirms the accuracy of the models and facilitates their application not only to simplified steam turbine models but also to real industrial components. The computational experiments verified the proprietary software and the interface that connects it with conventional commercial software for analyzing the service life of a steam turbine with geometric mistuning. The practical significance of this work lies in the applicability of the developed approach for durability assessment in the design and fine-tuning of real axial and radial turbomachinery. This methodology substantially reduces the time and financial costs associated with the development of new compressors and turbines.

**Keywords:** verification, finite element model, mistuning, durability, rotor blades, turbomachines, stresses

**Funding.** This work was carried out within the framework of the Russian Science Foundation Grant No. 24-29-20061. The authors thank the Russian Science Foundation for the support of the study.

**For citation:** Repetskii O.V., Nguyen Van Manh. Turbomachine blade life assessment with geometric mistuning. *iPolytech Journal*. 2025;29(4):492-501. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2025-4-492-501>. EDN: HAEDBL.

## ВВЕДЕНИЕ

Рабочие лопатки турбины играют ключевую роль в работе энергетических и транспортных двигателей, поскольку являются основными элементами, обеспечивающими преобразование поступательного движения высокотемпературного и сжатого пара или газа во вращательное движение вала турбины. Усталостные разрушения рабочих лопаток являются основной причиной отказа роторов турбомашин. Любое нарушение работы паровой турбины, такое как отказ лопатки, может привести к значительным финансовым и другим потерям<sup>3</sup> [1, 2]. Прогнозирование срока службы лопаток паровой турбины с учетом расстройки геометрии лопаток, закрепленных на общем диске, представляет собой одно из основных направлений исследований в мировой науке при создании новых турбомашин<sup>4</sup> [3].

В данной работе представлены результаты оценки многоциклового усталости моделей лопаток паровых турбин с учетом расстройки геометрии лопаток. Модель лопатки была разработана с использованием программного обеспечения ANSYS WORKBENCH и метода конечных элементов (МКЭ) для создания численной модели, которая охватывает все геометрические изменения лопатки [4, 5]. Проведена верификация созданной численной модели и расчетных методов в сопоставлении полученных результатов в сравнении с аналитическим решением, расчетными и экс-

периментальными данными, полученными другими авторами.

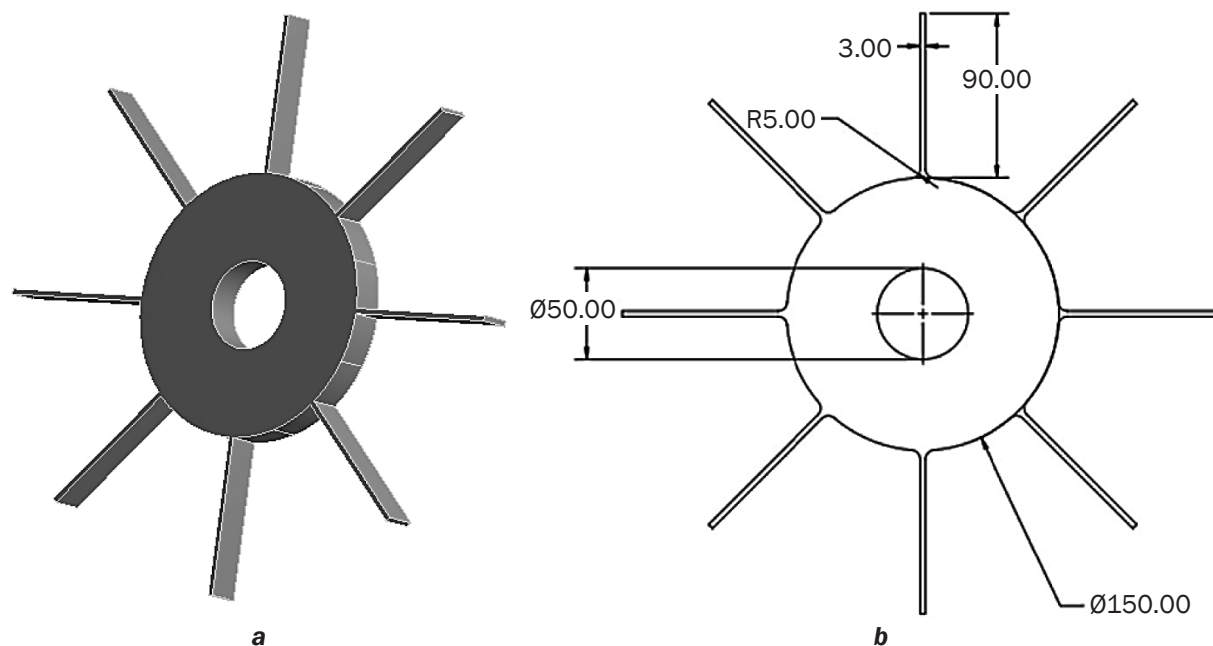
## МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

Для верификации созданных и применяемых автором конечноэлементных (КЭМ) моделей, используемых при расчете ресурса конструкций без и с учетом расстройки параметров, был проведен численный анализ модели рабочего колеса паровой турбины [6]. Трехмерная модель рабочего колеса и его геометрические размеры представлены на рис. 1.

Рабочее колесо изготовлено из нержавеющей стали СТ304 со следующими механическими характеристиками: модуль Юнга –  $1,93 \cdot 10^5$  МПа; плотность – 7900 кг/м<sup>3</sup>; коэффициент Пуассона – 0,25; прочность на растяжение – 600 МПа, предел текучести – 310 МПа, твердость – 170 НВ [7, 8]. В качестве конечноэлементной модели данной работы применяется конечный элемент TET10 коммерческой программы ANSYS WORKBENCH с 3-мя степенями свободы в узле и с общим количеством конечных элементов – 117888 и 176499 узловыми точками. Количество степеней свободы составляет 529497. На рис. 2 представлены КЭМ и изображение трехмерного конечного элемента TET10. Моделирование динамического отклика к поверхности лопаток осуществлено путем приложения синусоидальной нагрузки под давлением из работы [9, 10] с помощью одной из авторских программ, связка которых с ANSYS WORKBENCH осуществляется

<sup>3</sup>Костюк А.Г., Фролов В.В., Булкин А.Е., Трухний А.Д. Паровые и газовые турбины для электростанций: учебник. М.: МЭИ, 2016. 556 с.

<sup>4</sup>Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин: учебник. 3-е изд., перераб. и доп. М.: МЭИ, 2007. 476 с.

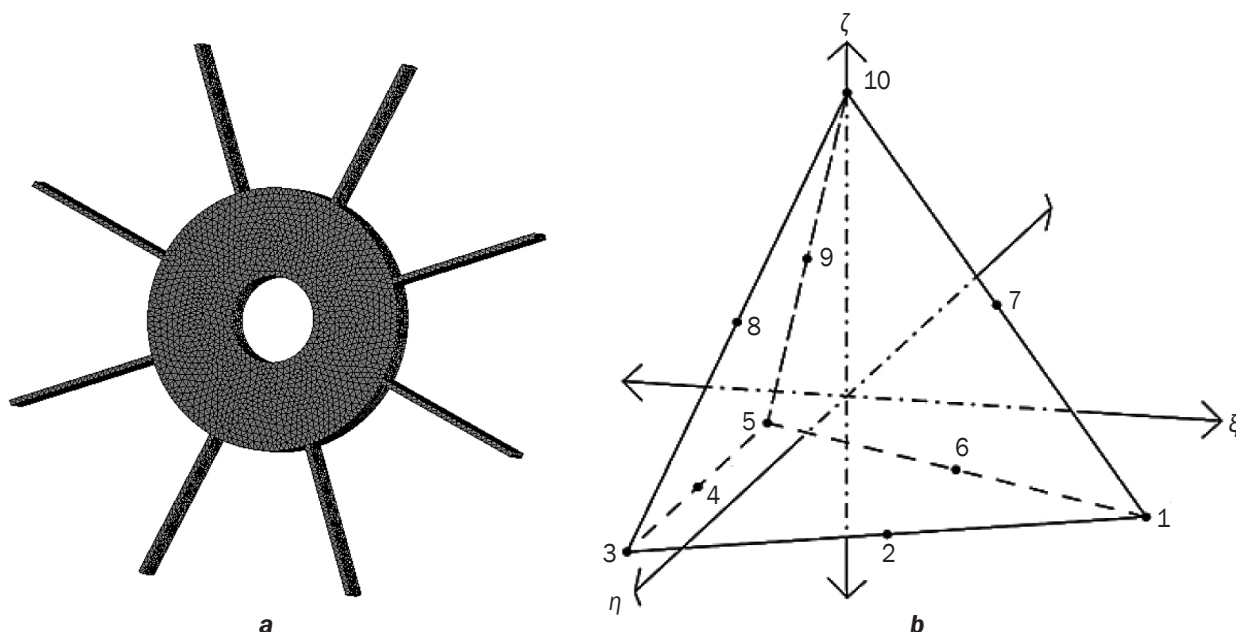


**Рис. 1.** Трехмерная модель и размеры рабочего колеса паровой турбины: а – трехмерная модель колеса; б – размеры колеса (мм)

**Fig. 1.** A three-dimensional model and dimensions of a steam turbine impeller: а – a three-dimensional model of the impeller; б – impeller dimensions (mm)

через созданный авторами программный интерфейс. Использование авторских программ необходимо в конкретных случаях, когда требуется реализовать поставленную задачу, которая не может быть решена имеющимися в

коммерческих пакетах программными средствами. Примеры таких авторских программ для связки с ANSYS WORKBENCH и описание их характеристик и назначения приведены в нескольких публикациях, например в работе<sup>5</sup>.



**Рис. 2.** Конечноэлементная модель (а) и трехмерный конечный элемент TET10 (б)

**Fig. 2.** Finite element model (а) and a three-dimensional finite element TET 10 (b)

<sup>5</sup>Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024618569, Российская Федерация. Программа для расчёта уровня возбуждающих сил при использовании модифицированного статора (USE\_MOD\_VANES) / О.В. Репецкий, Ван Мань Нгуен; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВО Иркутский ГАУ. Заявка № 2024617307, заявл. 05.04.2024; опубл. 15.04.2024. EDN: ATSLZR.

В рамках анализа динамического отклика к поверхности лопаток была приложена синусоидальная нагрузка под давлением [9]:

$$P = P_0 + P_a \cos(\Omega t), \quad (1)$$

где  $P_0 = P_a = 0,05$  МПа;  $\Omega = 314,159$  рад/с.

В ходе исследования статики, собственных и вынужденных колебаний и ресурсных характеристик предполагается, что колесо имеет неподвижную опору в центре для исключения осевых перемещений при моделировании (рис. 3). При этом частота вращения составляет 314,159 рад/с, а угловая скорость была приложена в осевом направлении вдоль центральной ступицы.

На рис. 4 представлена схема, иллюстрирующая процесс анализа методом конечных элементов, применяемого для прогнозирования срока службы модели рабочего колеса. Этот процесс включает в себя создание трехмерной геометрической модели колеса с использованием программного обеспечения ANSYS, создание сетки конечных элементов с определенными типами элементов и свойствами, ввод свойств материала с учетом температурных условий эксплуатации, определение нагрузок и граничных условий [10, 11]. После этого выполняется анализ напряженно-деформированного состояния (НДС), расчет собственных частот, динамических напряжений и долговечности рабочего колеса. Полученные результаты сопоставле-

ны с аналитическим решением, экспериментальными и расчетными данными других авторов.

Статическое НДС конструкции определяется по формуле [12–14]:

$$([K_E] + [K_G] + [K_R]) \cdot \{\delta\} = \{F_\Omega\} + \{F_T\} + \{F_G\}. \quad (2)$$

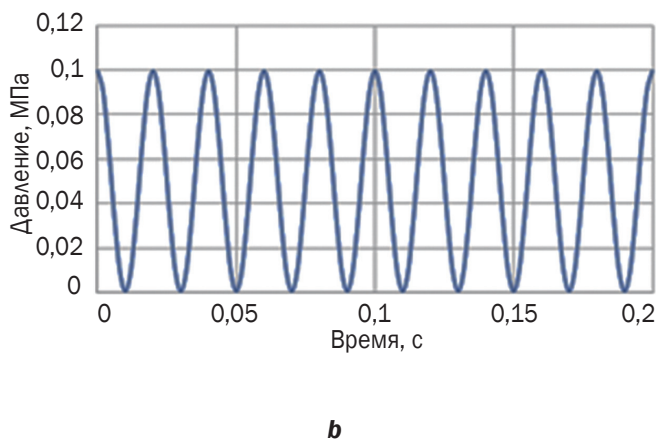
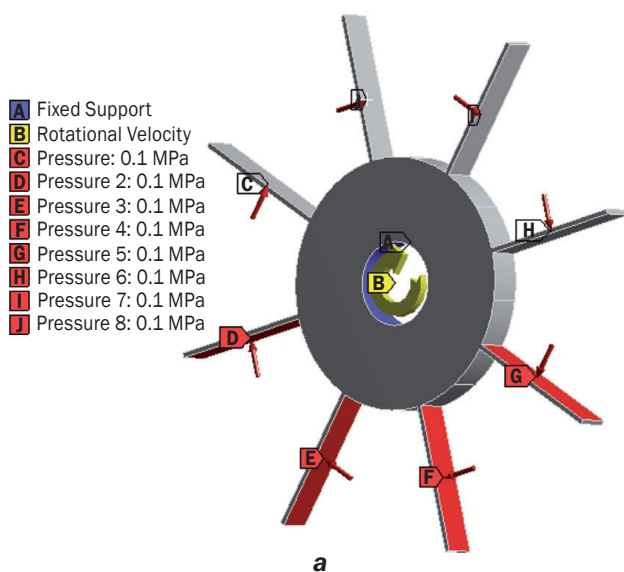
Собственные частоты и формы колебаний конструкции вычисляются из уравнения:

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + ([K_E] + [K_G] + [K_R]) \cdot \{\delta\} = 0. \quad (3)$$

Динамический отклик конструкции можно получить из выражения:

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + ([K_E] + [K_G] + [K_R]) \cdot \{\delta\} = \{F_{дин}\}, \quad (4)$$

где  $[K_E]$  и  $[M]$  – основные матрицы жесткости и масс конструкции;  $[K_G]$  – матрица геометрической жесткости;  $[K_R]$  – дополнительная матрица жесткости, возникающая в результате вращения;  $\{F_\Omega\}, \{F_T\}, \{F_G\}$  – векторы, соответствующие силам от вращения, температуры и давления газа соответственно;  $\{C\}$  – ма-



**Рис. 3.** Граничные условия задачи: а – схема нагружения рабочего колеса; б – динамическое давление, приложенное к поверхности лопаток

**Fig. 3.** Boundary conditions of the problem: а – impeller loading diagram; б – dynamic pressure applied to the blade surface

трица демпфирования;  $\{\ddot{\delta}\}$  – ускорение узловых точек;  $\{\dot{\delta}\}$  – скорость узловых точек;  $\{\delta\}$  – вектор перемещений;  $\{F_{дин}\}$  – вектор возбуждающих сил.

Для решения системы матричных уравнений применяются следующие основные численные методы: исключения Гаусса (статическое НДС); Якоби (расчет собственных колебаний); суперпозиции мод (расчет вынужденных колебаний). Для задачи прогнозирования ресурса рабочих колес турбомашин разработанные или развитые алгоритмы были объединены на основе МКЭ [15–17].

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

На рис. 5 показаны результаты расчета статического НДС, вызванного вращением ротора со скоростью 314,159 рад/с и давлением 0,1 МПа. Значение максимального напряжения, полученное в ходе моделирования в программе ABAQUS, составляет 175,2 МПа, в то время как в программе ANSYS авторы получили 175,33 МПа.

В табл. 1 приведены результаты анализа собственных частот колебаний рабочего колеса. Результаты, полученные авторами, хорошо согласуются с экспериментальными данными Х.М. Машиахиди из Технологического университета Тшвана (ТУТ) [18].

В табл. 2 и 3 представлены результаты анализа долговечности рабочего колеса с учетом и без учета расстройки геометрических параметров лопаток. Как видно из представленных данных, результаты численного исследования, выполненного авторами с использованием авторских программ и программы ANSYS, хорошо согласуются с данными, полученными в программе ABAQUS, а также с аналитическим решением.

Актуальность использования программы ANSYS и стыкуемых с ней авторских программ связана с тем, что верификация разработанных авторами математических моделей и программного обеспечения требует проверки их точности и достоверности на конструкциях, для которых имеются известные численные решения или эксперимент.



**Рис. 4.** Схема исследования для предсказания ресурса  
**Fig. 4.** Research diagram for fatigue life prediction



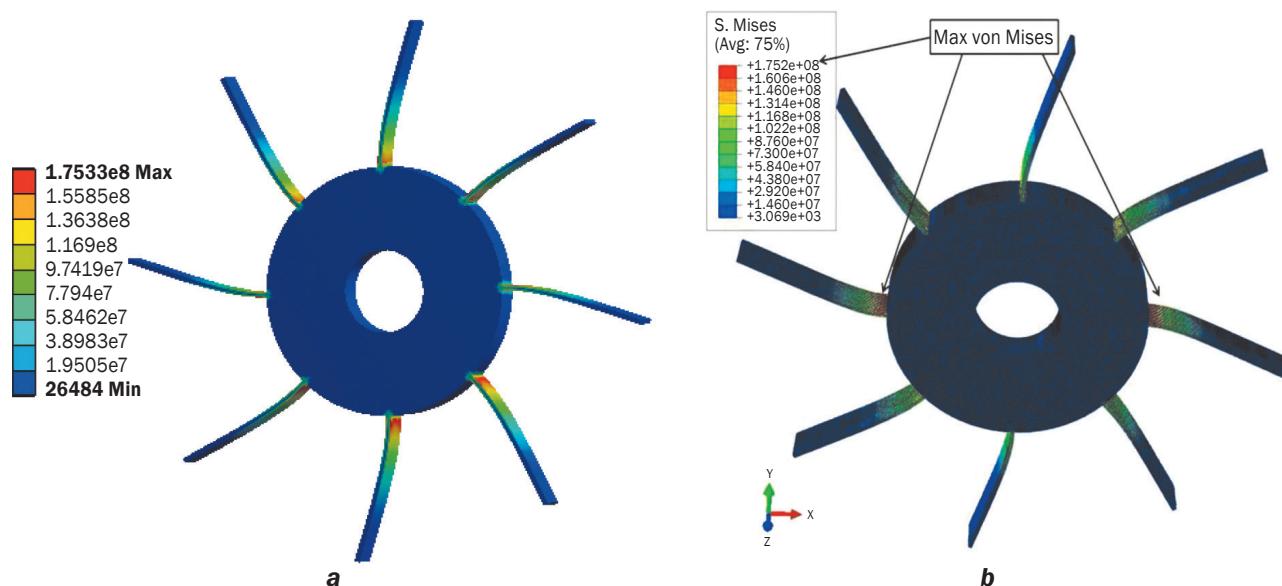


Рис. 5. Результаты расчета напряженно-деформированного состояния рабочего колеса: а – расчет в ANSYS; б – расчет в ABAQUS

Fig. 5. Calculation results of impeller stress-strain state: a – calculation in ANSYS; b – calculation in ABAQUS

Таблица 1. Результаты верификации частот собственных колебаний модельного колеса

Table 1. Results of model impeller natural vibration frequencies verification

Форма колебаний	Авторы (ANSYS)	Эксперимент (ТУТ)	Расчет ABAQUS (ТУТ)
1	225	222	233
2	1408	1352	1,430
3	1874	1770	1878
4	2090	1935	1960
5	2103	2256	2,263
6	3938	3997	4,002
7	5763	5421	5,780
8	6706	6544	6,163

Особенно это актуально для анализа долговечности систем с расстройкой параметров, где практически отсутствуют известные результаты [6]. В этой связи выполненная верификация созданного программного комплекса на модели рабочего колеса паровой турбины позволила распространить численную методику авторов на решение реальных ресурсных задач турбомашиностроения, в том числе высоконагруженных роторных элементов двигателей НК-12 и Rolls-Royce [5, 17]. Решение реальных промышленных задач в программе ABAQUS не представляется возможным из-за ограничений данной программы по спектру решаемых задач, библиотеке конечных элементов, набору численных методов и другим аспектам.

В качестве аналитической оценки долговечности рабочего колеса используется уравнение зависимости долговечности от деформации Брауна-Миллера, по которому был выполнен расчет в ТУТ Х.М. Машиахиди и его соавторами [18]:

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_n}{2} = 1,65 \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + 1,7 + 1,75\varepsilon'_f (2N_f)^c, \quad (5)$$

где  $N_f$  – количество циклов до разрушения;  $\Delta\varepsilon_n$  – номинальный диапазон напряжений для цикла;  $\Delta\gamma_{max}$  – максимальный диапазон или амплитуда деформации сдвига для данного цикла;  $\sigma'_f = 1057$  МПа – коэффициент

**Таблица 2.** Результаты верификации долговечности модельного колеса без и с учетом расстройки геометрических параметров**Table 2.** Results of model impeller durability verification with and without mistuning of geometric parameters

Вариант исследования	Долговечность рабочего колеса ( $\times 10^6$ циклов)	
	Авторы (ANSYS)	ABAQUS (ТУТ)
Уменьшение длины двух соседних лопаток (-1 мм, L)	4,457	4,574
Увеличение ширины двух соседних лопаток (-1 мм, w)	4,234	4,188
Уменьшение ширины двух соседних лопаток (-1 мм, w)	4,180	4,130
Смешанный вариант расстройки (+/- L, t, и w)	4,112	4,097
Увеличение ширины двух лопаток, расположенных напротив (+1 мм, w)	4,127	4,093
Уменьшение ширины двух лопаток, расположенных напротив (-1 мм, w)	4,095	4,090
Уменьшение длины всех лопаток (-L)	4,092	4,090
Смешанный вариант расстройки (+/- L, t, и w)	4,055	4,043
Смешанный вариант расстройки (+/- L, t, и w)	4,046	4,020
Уменьшение длины двух лопаток, расположенных напротив (-1 мм, L)	4,041	4,016
Смешанный вариант расстройки (+/- w, и t)	4,036	4,012
Увеличение толщины двух лопаток, расположенных напротив (+1 мм, t)	4,001	3,997
Смешанный вариант расстройки (+/- L, и w)	3,993	3,980
Увеличение длины двух лопаток, расположенных напротив (+1 мм, L)	3,974	3,960
Увеличение длины двух соседних лопаток (+1 мм, L)	4,024	3,955
Увеличение толщины двух соседних лопаток (+1 мм, t)	3,943	3,911
Уменьшение толщины двух соседних лопаток (-1 мм, t)	4,058	3,999
Уменьшение толщины двух лопаток, расположенных напротив (-1 мм, t)	3,964	3,907
Смешанный вариант расстройки (+/- L, t, и w)	3,996	3,966

усталостной прочности;  $b = -0,0385$  – показатель усталостной прочности;  $\varepsilon'_f$  – коэффициент усталостной пластичности;  $a$  с – показатель усталостной пластичности (исходя из усталостных свойств нержавеющей стали марки 304);  $E$  – модуль упругости.

Вышеприведенные согласования расчетов авторов и известных решений (табл. 2 и 3) подтверждают адекватность созданных и применяемых конечноэлементных моделей для расчета ресурса конструкций и надежность предложенной методики численного анализа.

**Таблица 3.** Результаты верификации долговечности модельного колеса с аналитическим решением и численными данными**Table 3.** Results of model impeller durability verification with an analytical solution and numerical data

Вариант исследования	Долговечность рабочего колеса ( $\times 10^6$ циклов)		
	Авторы (ANSYS)	ABAQUS (ТУТ)	Аналитическое решение (ТУТ)
Без расстройки	4,551	4,587	4,435
Уменьшение длины двух соседних лопаток (-1 мм, L)	4,457	4,574	4,357

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ подтвердил возможность использования разработанных и применяемых автором конечноэлементных моделей для исследования ресурсных характеристик рабочих колес паровой турбины с учетом отклонений параметров лопаток. Рассмотрены различные типы расстройки лопаточного аппарата, включая увеличение или уменьшение длины, ширины и толщины лопаток, а также их комбинированные вариации.

Установлено, что даже простейшие виды расстройки, обусловленные отклонениями в

процессе изготовления, износом или коррозией, могут существенно снижать долговечность рабочего колеса. Разработанный подход предлагается использовать при проектировании новых турбомашин для повышения ресурса рабочих колес с учетом расстройки, а также оптимизации затрат на ремонт и техническое обслуживание двигателей [19, 20].

Разработанный авторами подход является рабочим инструментом для дальнейшего исследования влияния расстройки лопаток на ресурс и другие характеристики рабочих лопаток реальных осевых и радиальных турбомашин.

## Список источников

1. Kenyon J.A, Griffin J.H. Forced response of turbine engine bladed disks and sensitivity to harmonic mistuning // *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 2003. Vol. 125. Iss. 1. P. 113–120. <https://doi.org/10.1115/1.1498269>.
2. Репецкий О.В. Компьютерный анализ динамики и прочности турбомашин: монография. Иркутск: ИргТУ, 1999. 301 с. EDN: TTNLQR.
3. Whitehead D.S. The maximum factor by which forced vibration of blades can increase due to mistuning // *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1998. Vol. 120. Iss. 1. P. 115–119. <https://doi.org/10.1115/1.2818061>.
4. Нгуен Ван Винь, Репецкий О.В. Математическое моделирование и его применение в преднамеренной расстройке параметров и оптимизации ресурсных характеристик турбомашин // *Информационные и математические технологии в науке и управлении*. 2022. № 2. С. 24–30. <https://doi.org/10.38028/ESI.2022.26.2.002>. EDN: AYJBLR.
5. Репецкий О.В., Нгуен Ван Мань. Верификация разработанных математических моделей и созданного программного обеспечения на тестовых моделях пластин и академических рабочих колесах осевых турбомашин // *Современные технологии. Системный анализ. Моделирование*. 2024. № 2. С. 134–144. [https://doi.org/10.26731/1813-9108.2024.2\(82\).134-144](https://doi.org/10.26731/1813-9108.2024.2(82).134-144). EDN: TFPDQQ.
6. Mashiachidi M.H., Desai D.A. Fatigue life prediction of mistuned steam turbine blades subjected to deviations in blade geometry // *Science, Engineering and Technology*. 2023. Vol. 3. Iss. 2. P. 24–35. <https://doi.org/10.54327/set2023/v3.i2.101>. EDN: QBPZDN.
7. Kanumuri L., Srishuka M., Gupta A.K., Singh S.K. Application of support vector regression on mechanical properties of austenitic stainless steel 304 at elevated temperatures // *Materials Today: Proceedings*. 2015. Vol. 2. Iss. 4. P. 1479–1486. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2015.07.07>.
8. Bomidi J.A.R., Weinzapfel N., Wang Chin-Pei, Sadeghi F. Experimental and numerical investigation of fatigue of thin tensile specimen // *International Journal of Fatigue*. 2012. Vol. 44. P. 116–130. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.05.013>. EDN: RPPPPR.
9. Simmons H.R., Allison T.C. Impulse testing and blade load simulation tools to estimate cyclic stress life in blades and impellers // *ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea, and Air* (Glasgow, 14–18 June 2010). Glasgow, 2010. Vol. 5. P. 777–787. <https://doi.org/10.1115/GT2010-23745>.
10. Kaneko Ya., Watanabe T., Furukawa T. Study on the reduction of the resonant stress of turbine blades caused by the stage interaction force (Simultaneous optimization of blade resonant stress and amount of unbalance) // *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 2020. Vol. 143. Iss. 6. P. 061022. <https://doi.org/10.1115/1.4049471>.
11. Рыжиков И.Н., Нгуен Т.К. Влияние расстройки параметров на частоты и формы колебаний конструкций с поворотной симметрией // *Механика XXI века*. 2015. № 14. С. 29–33. EDN: TRMXFN.
12. Rani P., Agrawal A.K. Fatigue life evaluation of a lowpressure stage steam turbine blade // *Journal of Vibration Engineering and Technologies*. 2023. Vol. 12. P. 5431–5443. <https://doi.org/10.1007/s42417-023-01173-3>.
13. Beck J.A., Brown J.M., Kaszynski A.A., Gillaugh D.L. Numerical methods for calculating component modes for geometric mistuning reduced-order models // *Turbomachinery Technical Conference and Exposition: Proceedings of the ASME Turbo Expo*. 2021. Vol. 9B. P. V09BT29A016. <https://doi.org/10.1115/GT2021-59126>. EDN: UJPBAK.
14. Зайдес С.А. Оценка усталостной долговечности осевого рабочего колеса турбомашин с учетом преднамеренной расстройки // *Системы. Методы. Технологии*. 2022. № 1. С. 57–62. <https://doi.org/10.18324/2077-5415-2022-1-57-62>. EDN: UXUXYQ.
15. Жужукин А.И., Непеин К.Г. Применение спекл-интерферометрии для экспериментального исследования колебаний рабочих колёс турбомашин с расстройкой параметров // *Динамика и виброакустика*. 2023. Т. 9. № 1. С. 21–32. <https://doi.org/10.18287/2409-4579-2023-9-1-21-32>. EDN: ESNZYI.



16. Beirow B., Kühhorn A., Figashevsky F., Bornhorn A., Repetckii O.V. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning // *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 2019. Vol. 141. Iss. 1. P. 011008. <https://doi.org/10.1115/1.4040715>. EDN: RQRYSA.
17. Ермаков А.И., Урлапкин А.В., Федорченко Д.Г. Формирование разброса резонансных напряжений в рабочих колёсах с неидентичными лопатками и слабой связанностью колебаний // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва*. 2014. № 5-4. С. 9–13. EDN: UGKQWZ.
18. Mashiachidi M.H., Desai D.A. Prediction of fatigue life of geometrically deviated steam turbine blades under thermo-mechanical conditions // *Frontiers in Manufacturing Technology*. 2024. Vol. 3. P. 1338222. <https://doi.org/10.3389/fmtec.2023.1338222>. EDN: ZQHATA.
19. Figaschewsky F., Kühhorn A., Beirow B., Nipkau J., Giersch T., Power B. Design and analysis of an intentional mistuning experiment reducing flutter susceptibility and minimizing forced response of a jet engine fan // *Turbomachinery Technical Conference and Exposition: ASME Turbo Expo 2017 (Charlotte, North Carolina, 26–30 June 2017)*. Charlotte, North Carolina: ASME, 2017. Vol. 7B. P. V07BT36A020. <https://doi.org/10.1115/GT2017-64621>.
20. Schönleitner F., Traussnig L., Marn A., Heitmeir F. Detection of blade mistuning in a low-pressure turbine rotor resulting from manufacturing tolerances and differences in blade mounting // *Journal of Mechanics Engineering and Automation*. 2015. Vol. 5. P. 297–308. <https://doi.org/10.17265/2159-5275/2015.05.005>.

### References

1. Kenyon J.A., Griffin J.H. Forced response of turbine engine bladed disks and sensitivity to harmonic mistuning. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 2003;125(1):113-120. <https://doi.org/10.1115/1.1498269>.
2. Repetckii O.V. *Computer analysis of dynamics and strength of turbomachines*. Irkutsk: Irkutsk State Technical University; 1999, 301 p. (In Russ.). EDN: TTNLQR.
3. Whitehead D.S. The maximum factor by which forced vibration of blades can increase due to mistuning. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1998;120(1):115-119. <https://doi.org/10.1115/1.2818061>.
4. Nguyen Van Vinh, Repetckii O.V. Mathematical modeling and its application in intentional mistuning of parameters and optimization of life characteristics of turbomachines. *Information and mathematical Technologies in Science and Management*. 2022;2:24-30. <https://doi.org/10.38028/ESI.2022.26.2.002>. EDN: AYJBLR.
5. Repetckii O.V., Nguyen Van Manh. Verification of the developed mathematical models and the created software on test models of plates and bladed disks of axial turbomachines. *Modern Technologies. System Analysis. Modeling*. 2024;2:134-144. [https://doi.org/10.26731/1813-9108.2024.2\(82\).134-144](https://doi.org/10.26731/1813-9108.2024.2(82).134-144). EDN: TFPDQQ.
6. Mashiachidi M.H., Desai D.A. Fatigue life prediction of mistuned steam turbine blades subjected to deviations in blade geometry. *Science, Engineering and Technology*. 2023;3(2):24-35. <https://doi.org/10.54327/set2023/v3.i2.101>. EDN: QBPZDN.
7. Kanumuri L., Srishuka M., Gupta A.K., Singh S.K. Application of support vector regression on mechanical properties of austenitic stainless steel 304 at elevated temperatures. *Materials Today: Proceedings*. 2015;2(4):1479-1486. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2015.07.07>.
8. Bomidi J.A.R., Weinzapfel N., Wang Chin-Pei, Sadeghi F. Experimental and numerical investigation of fatigue of thin tensile specimen. *International Journal of Fatigue*. 2012;44:116-130. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.05.013>. EDN: RPPPPR.
9. Simmons H.R., Allison T.C. Impulse testing and blade load simulation tools to estimate cyclic stress life in blades and impellers. In: *ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea, and Air*. 14–18 June 2010, Glasgow. Glasgow; 2010, vol. 5, p. 777-787. <https://doi.org/10.1115/GT2010-23745>.
10. Kaneko Ya., Watanabe T., Furukawa T. Study on the reduction of the resonant stress of turbine blades caused by the stage interaction force (Simultaneous optimization of blade resonant stress and amount of unbalance). *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 2020;143(6):061022. <https://doi.org/10.1115/1.4049471>.
11. Ryzhikov I.N., Nguen T.K. Mistuned parameter effect on vibration frequencies and modes of structures with rotational symmetry. *Mekhaniki XXI veku*. 2015;14:29-33. (In Russ.). EDN: TRMXFN.
12. Rani P., Agrawal A.K. Fatigue life evaluation of a lowpressure stage steam turbine blade. *Journal of Vibration Engineering and Technologies*. 2023;12:5431-5443. <https://doi.org/10.1007/s42417-023-01173-3>.
13. Beck J.A., Brown J.M., Kaszynski A.A., Gillaugh D.L. Numerical methods for calculating component modes for geometric mistuning reduced-order models. In: *Turbomachinery Technical Conference and Exposition: Proceedings of the ASME Turbo Expo*. 2021;9B:V09BT29A016. <https://doi.org/10.1115/GT2021-59126>. EDN: UJPBAK.
14. Zaides S.A. Fatigue life evaluation of an axial impeller of the turbomachine taking into account intentional mistuning. *Systems. Methods. Technologies*. 2022;1:57-62. (In Russ.). <https://doi.org/10.18324/2077-5415-2022-1-57-62>. EDN: UXUXYQ.
15. Zhuzhukin A.I., Nepein K.G. Speckle interferometry application for investigating the effect of parameter mistuning of turbomachine rotor wheels on their natural vibrations. *Journal of Dynamics and Vibroacoustics*. 2023;9(1):21-32. (In Russ.). <https://doi.org/10.18287/2409-4579-2023-9-1-21-32>. EDN: ESNZYI.
16. Beirow B., Kühhorn A., Figashevsky F., Bornhorn A., Repetckii O.V. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 2019;141(1):011008. <https://doi.org/10.1115/1.4040715>. EDN: RQRYSA.

17. Ermakov A.I., Uralpkin A.V., Fedorchenko D.G. Formation of spread in resonance stresses in bladed disks with non-identical blades and loose vibration connectedness. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2014;5-4:9-13. (In Russ.). EDN: UGKQWZ.
18. Mashiachidi M.H., Desai D.A. Prediction of fatigue life of geometrically deviated steam turbine blades under thermo-mechanical conditions. *Frontiers in Manufacturing Technology*. 2024;3:1338222. <https://doi.org/10.3389/fmtec.2023.1338222>. EDN: ZQHATA.
19. Figaschewsky F., Kühhorn A., Beirow B., Nipkau J., Giersch T., Power B. Design and analysis of an intentional mistuning experiment reducing flutter susceptibility and minimizing forced response of a jet engine fan. In: *Turbomachinery Technical Conference and Exposition: ASME Turbo Expo 2017*. 26–30 June 2017, Charlotte, North Carolina. Charlotte, North Carolina: ASME; 2017, vol. 7B, p. V07BT36A020. <https://doi.org/10.1115/GT2017-64621>.
20. Schönleitner F., Traussnig L., Marn A., Heitmeir F. Detection of blade mistuning in a low-pressure turbine rotor resulting from manufacturing tolerances and differences in blade mounting. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*. 2015;5:297-308. <https://doi.org/10.17265/2159-5275/2015.05.005>.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

**Репецкий Олег Владимирович,**

д.т.н., профессор,  
проректор по международным связям,  
Иркутский государственный аграрный  
университет имени А.А. Ежевского,  
664038, г. Иркутск, Россия  
✉ [repetckii@igsha.ru](mailto:repetckii@igsha.ru)  
<https://orcid.org/0000-0003-2560-2721>

**Нгуен Ван Мань,**

аспирант,  
Иркутский государственный аграрный  
университет имени А.А. Ежевского,  
664038, г. Иркутск, Россия  
[manhzhucov@gmail.com](mailto:manhzhucov@gmail.com)

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Oleg V. Repetskii,**

Dr. Sci. (Eng.), Professor,  
Vice-Rector for International Relations,  
Irkutsk State Agrarian University  
named After A.A. Ezhevsky,  
Irkutsk 664038, Russia  
✉ [repetckii@igsha.ru](mailto:repetckii@igsha.ru)  
<https://orcid.org/0000-0003-2560-2721>

**Van Manh Nguyen,**

Postgraduate Student,  
Irkutsk State Agrarian University  
named after A.A. Ezhevsky,  
Irkutsk 664038, Russia  
[manhzhucov@gmail.com](mailto:manhzhucov@gmail.com)

#### Заявленный вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

#### Authors' contribution

The authors contributed equally to this article.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

The final manuscript has been read and approved by all the co-authors.

#### Информация о статье

Статья поступила в редакцию 28.02.2025 г.; одобрена после рецензирования 15.04.2025 г.; принята к публикации 24.04.2025 г.

#### Information about the article

The article was submitted 28.02.2025; approved after reviewing 15.04.2025; accepted for publication 24.04.2025.