

ЭНЕРГЕТИКА

Научная статья
УДК 536.2:519.63

EDN: QQKRIP

DOI: 10.21285/1814-3520-2024-4-563-572



Численное моделирование процесса расплавления цилиндрического образца с локализованным источником тепловыделения

И.Г. Донской¹✉¹Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, Иркутск, Россия

Резюме. Целью работы является определение условий начала плавления и полного расплавления образца (в стационарной постановке), а также исследование динамических режимов распространения фронта плавления при разных значениях теплофизических параметров (интенсивность нагрева и охлаждения, изменение свойств материала при плавлении, геометрические характеристики образца). В качестве инструмента исследования используется численная модель процесса теплопроводности в неоднородной среде. Для численного решения нестационарные одномерные уравнения теплопереноса приводятся к разностному виду, фазовый переход учитывается с помощью энтальпийной схемы, процессы плавления и теплопроводности расщепляются для улучшения устойчивости численного метода. Параметры варьируются для определения зависимости характерных времен начала плавления и полного расплавления образца от условий проведения процесса. С помощью численной модели рассчитаны траектории достижения стационарных состояний, решения для которых получены в первой части статьи. Показано, что скорость плавления существенно зависит, помимо интенсивности теплоподвода и теплового эффекта плавления, от отношения коэффициентов температуропроводности фаз. Для стационарных условий получены критические значения безразмерных параметров, отражающих относительную интенсивность теплообмена и тепловыделения: эти значения связаны с эффективными термическими сопротивлениями теплоизолирующего слоя и теплоотдачи в окружающую среду. Модель позволяет рассчитывать динамику плавления при малых теплотах плавления (больших значениях числа Стефана), когда квазистационарное приближение становится неприменимым (т.е. когда характерное время перемещения фронта плавления сопоставимо или меньше времени тепловой релаксации). Проведенные расчеты могут быть использованы при оценке термомеханической устойчивости материалов при нагреве за счет внутреннего локального источника энергии (например, джоулевой теплоты). Разработанная численная модель дает возможность исследовать процессы плавления в широком диапазоне условий.

Ключевые слова: фазовые переходы, численное моделирование, задача Стефана

Благодарности. Работа выполнена в рамках проекта государственного задания (№ FWEU-2021-0005) программы фундаментальных исследований РФ на 2021–2030 гг. с использованием ресурсов ЦКП «Высокотемпературный контур» (Минобрнауки России, проект № 13.ЦКП.21.0038).

Для цитирования: Донской И.Г. Численное моделирование процесса расплавления цилиндрического образца с локализованным источником тепловыделения // iPolytech Journal. 2024. Т. 28. № 4. С. 563–572. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2024-4-563-572>. EDN: QQKRIP.

POWER ENGINEERING

Original article

Numerical simulation of the melting process of a cylindrical sample with a localized heat source

Igor G. Donskoy¹✉¹Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Irkutsk, Russia

Abstract. The work set out to determine the conditions for the onset of melting and complete melting of the sample (in a stationary setting), as well as to study the dynamic modes of propagation of the melting front at different thermophysical parameters (heating and cooling intensity, change in material properties during melting, geometric characteristics of the sample). A numerical model of the heat conduction process in a heterogeneous medium is

used as a research tool. For the numerical solution, non-stationary one-dimensional heat transfer equations are reduced to a differential form, taking the phase transition into account using an enthalpy scheme; in order to improve the stability of the numerical method, the melting and heat conduction processes are separated. The parameters are varied to determine the dependence of the characteristic times of the onset of melting and complete melting of the sample on the process conditions. The trajectories for reaching stationary states, whose solutions were obtained in the first part of the article, were calculated using a numerical model. The melting rate is shown to depend significantly on the ratio of the thermal diffusivity coefficients of the phases, as well as the intensity of heat supply and the thermal effect of melting. Critical values of dimensionless parameters reflecting the relative intensity of heat exchange and heat release obtained for stationary conditions are associated with the effective thermal resistances of the heat-insulating layer and heat transfer to the environment. The model can be used to calculate the dynamics of melting at low enthalpies of fusion (large values of the Stefan number), when the quasi-stationary approximation becomes inapplicable (i.e., when the characteristic time of movement of the melting front is comparable to or less than the thermal relaxation time). The calculations can be used to assess the thermomechanical stability of materials when heated by an internal local energy source (for example, Joule heat). The developed numerical model can be used to investigate melting processes under a wide range of conditions.

Keywords: phase transitions, numerical modeling, Stefan problem

Acknowledgements. The research was carried out under the State Assignment Project (no. FWEU-2021-0005) of the Fundamental Research Program of the Russian Federation for the period from 2021 to 2030 using the resources of the High-Temperature Circuit Multi-Access Research Center (Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, project no 13.ЦКП.21.0038).

For citation: Donskoy I.G. Numerical simulation of the melting process of a cylindrical sample with a localized heat source. *iPolytech Journal*. 2024;28(4):563-572. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2024-4-563-572>. EDN: QQKRIP.

ВВЕДЕНИЕ

Плавление материалов в теплонапряженных элементах может быть как результатом аварийного режима, так и целевым процессом. Например, плавящиеся материалы применяются для регулирования тепловых режимов работы электрохимических устройств [1] и для запасаения тепловой энергии [2]. Наоборот, расплавление оболочек (например, электроизоляции [3] или мембран [4]) является нежелательным явлением. Однако и в тех, и в других случаях протекающие теплофизические процессы схожи, и их описание возможно с помощью общих физико-математических моделей. Одной из таких моделей посвящена настоящая статья.

Фазовые переходы исследовались с помощью численных моделей в большом числе работ (например, в задачах прогрева породы [5, 6], зажигания и горения полимеров [7, 8], распространения волн реагирования [9, 10], электрообработки материалов [11], термомеханической устойчивости стержней [12, 13], спекания частиц в зернистых слоях [14–16], свободной конвекции в многофазных пористых средах [17, 18]). Задачи, связанные с запасанием тепловой энергии путем плавления материала в концентрических областях, рассматривались в ряде работ. Авторы [19] численно исследовали влияние асимметрии области на скорость расплавления вещества. Авторы [20] проводили эксперименты для из-

мерения динамики межфазной поверхности в горизонтальном канале. В работе [21] предложена квазистационарная модель, позволяющая оценить время расплавления цилиндра с разными условиями теплообмена на внешней поверхности. Эти результаты, однако, применимы только для малых чисел Стефана (т.е. когда распределение температур в однофазных областях устанавливается быстрее движения фронта плавления).

В этих работах, как правило, рассматриваются конкретные приложения. Детализация моделей неизбежно приводит к усложнению расчетов (учет зависимости теплофизических свойств от температуры делает задачу нелинейной; в жидкофазной области возможно развитие конвективной неустойчивости, а значит, нужно решать задачу с течением расплава; электрическая проводимость материалов зависит от температуры и т.д.). В настоящей работе рассматривается более простая задача, с двумя фазами и постоянными теплофизическими свойствами в пределах каждой из фаз, при этом конвективные течения в расплавленной фазе не учитываются (т.е. предполагается, что вязкость слишком велика, чтобы развились свободно-конвективные течения). Такая постановка позволяет получить точное решение стационарной задачи Стефана, благодаря чему оказывается возможным исследовать критические режимы нагрева плавящихся

образцов с помощью нестационарной численной модели. Качественные результаты, полученные таким образом, могут быть полезны при исследовании систем с наложением нелинейных и конвективных эффектов.

СТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА

Рассмотрим образец с нагревательным элементом внутри и охлаждением снаружи. На поверхности нагревателя задан постоянный тепловой поток, на внешней границе – граничные условия третьего рода. Нагреватель считаем высокотеплопроводным, так что градиент температуры на границе между нагревателем и теплоизоляцией определяется только интенсивностью теплового потока.

Стационарное уравнение теплопроводности в слое теплоизоляции выглядит следующим образом [22]:

$$\frac{d}{dr} \left(r^n \frac{dT}{dr} \right) = 0, \quad (1)$$

где r – координата; T – температура; n – геометрический фактор (0 для пластины, 1 для цилиндра, 2 для шара). На внутренней границе:

$$-\lambda \frac{dT}{dr}(r_0) = q_h, \quad (2)$$

где λ – коэффициент теплопроводности; r_0 – положение границы между нагревателем и нагреваемой областью; q_h – заданный тепловой поток. На внешней границе:

$$-\lambda \frac{dT}{dr}(R) = \alpha(T - T_{env}), \quad (3)$$

где R – положение внешней границы; α – коэффициент теплоотдачи; T_{env} – температура охлаждения.

При достаточно большой величине теплового потока q_h температура теплоизоляции может достичь температуры плавления (считаем, что материал нагревателя при этом не плавится). Тогда необходимо рассматривать двухфазную задачу теплопроводности, в которой коэффициент теплопроводности зависит от фазы материала, а на границе между фазами выполняется условие Стефана:

$$\lambda_l \frac{dT_l}{dr}(r_m) = \lambda_s \frac{dT_s}{dr}(r_m), \quad T_l(r_m) = T_s(r_m) = T_m, \quad (4)$$

где индекс l относится к фазе расплава, индекс s – к твердой фазе; r_m – положение меж-

фазной границы, T_m – температура плавления.

Если температурной зависимостью коэффициента теплопроводности можно пренебречь, по сравнению с его изменением при фазовом переходе, то все записанные выше уравнения можно представить в безразмерном виде.

$$\frac{d}{d\xi} \left(\xi^n \frac{d\theta_{l,s}}{d\xi} \right) = 0; \quad (1a)$$

$$-\kappa \frac{d\theta_l}{d\xi} = Ki, \quad \xi = 1; \quad (2a)$$

$$-\frac{d\theta_s}{d\xi} = Bi\theta_s, \quad \xi = 1 + \Delta; \quad (3a)$$

$$\kappa \frac{d\theta_l}{d\xi} = \frac{d\theta_s}{d\xi}, \quad \theta_l = \theta_s = 1, \quad \xi = \xi_m. \quad (4a)$$

Здесь ξ – безразмерная координата; θ – безразмерная температура; Ki – число Кирпичева; Bi – число Био; κ – отношение теплопроводностей фаз; Δ – безразмерная толщина изоляции:

$$\xi = \frac{r}{r_0}, \quad \theta = \frac{T - T_{env}}{T_m - T_{env}}, \quad \kappa = \frac{\lambda_l}{\lambda_s},$$

$$Ki = \frac{q_h r_0}{\lambda_s (T_m - T_{env})}, \quad Bi = \frac{\alpha r_0}{\lambda_s}, \quad (5)$$

$$\Delta = \frac{R - r_0}{r_0}.$$

Нас интересует положение границы плавления в зависимости от интенсивности нагрева и охлаждения. Как можно видеть, решение задачи не зависит от многих свойств материала (таких как скрытая теплота фазового перехода, теплоемкость), что, однако, вполне естественно ожидать в стационарной постановке.

Основным управляющим параметром при нагреве является интенсивность подвода теплоты, т.е. число Кирпичева Ki . В отношении фазового перехода можно выделить два критических значения этого параметра, а именно нижнее критическое значение, соответствующее началу плавления, которое мы будем обозначать Ki^* ; и верхнее критическое значение, при котором происходит полное расплавление образца, Ki^{**} . Задача сводится, таким образом, к определению критических значений интенсивности подвода теплоты для плавящихся стенок с разной геометрией.

Рассмотрим образец с цилиндрической симметрией (этот случай представляет наибольший практический интерес). Общее решение задачи теплопроводности (1а) выглядит следующим образом²:

$$\theta = C_1 \ln \xi + C_2. \quad (6)$$

Для области $\xi < \xi_m$ с граничными условиями (2а) можно записать решение в виде:

$$\theta_l = 1 + \frac{Ki}{\kappa} \ln \left(\frac{\xi_m}{\xi} \right). \quad (7)$$

В области $\xi > \xi_m$ распределение температуры выглядит так:

$$\theta_s = 1 + \frac{\ln \left(\frac{\xi_m}{\xi} \right)}{\ln \left(\frac{1+\Delta}{\xi_m} \right) + \frac{1}{Bi(1+\Delta)}}. \quad (8)$$

Из условия Стефана тогда получаем формулу для положения границы фазового перехода:

$$\xi_m = (1+\Delta) \exp \left[-\frac{1}{Ki} + \frac{1}{Bi(1+\Delta)} \right]. \quad (9)$$

Отсюда можно найти критические значения параметров Ki и Bi .

Началу плавления, т.е. условию $\xi_m = 1$, соответствует соотношение:

$$Ki^* = \frac{1}{\ln(1+\Delta) + \frac{1}{Bi(1+\Delta)}}. \quad (10)$$

Расплавление изоляции происходит при $\xi_m = 1 + \Delta$; этому условию соответствует другое критическое соотношение:

$$Ki^{**} = Bi(1+\Delta). \quad (11)$$

В пределе высокой скорости теплоотдачи либо большой толщины теплоизоляции критическое значение Ki^* не зависит от Bi , а критическое значение Ki^{**} растет с числом Bi линейно. Интересно, что при фиксированном значении Bi критическое значение Ki^* уменьшается с Δ , в то время как Ki^{**} растет. Это связано с увеличением теплового со-

противления слоя теплоизоляции: условие (10) представляет собой известный закон сложения тепловых сопротивлений для цилиндрической стенки³. Условие (11) совпадает по форме с условиями расплавления элементов с объемным тепловыделением [22]. С увеличением толщины слоя теплоизоляции влияние теплоотдачи на условия вблизи нагревателя снижается. Отметим также, что оба критических значения не зависят от теплопроводности расплавленной фазы.

Аналогичный расчет для плоской симметрии дает:

$$\xi_m = 1 + \Delta + \frac{1}{Bi} - \frac{1}{Ki}, \quad (12)$$

откуда:

$$Ki^* = \frac{1}{\Delta + \frac{1}{Bi}}; \quad Ki^{**} = Bi. \quad (13)$$

Для сферической симметрии соответственно:

$$\xi_m = \frac{1}{\frac{1}{Ki} + \frac{1}{1+\Delta} \left[1 - \frac{1}{Bi(1+\Delta)} \right]}; \quad (14)$$

$$Ki^* = \frac{1+\Delta}{\Delta + \frac{1}{Bi(1+\Delta)}}; \quad Ki^{**} = Bi(1+\Delta)^2. \quad (15)$$

Как видно из формул, зависимость Ki^* от числа Био для всех случаев исчезает в пределе большой интенсивности теплоотдачи. При больших толщинах Δ нижнее критическое число Кирпичева для плоского образца становится исчезающе мало; для цилиндрической симметрии, как было показано выше, падение оказывается логарифмическим; наконец, для образца со сферической симметрией Ki^* стремится к постоянному значению, точнее, к единице. Зависимость верхнего критического значения числа Кирпичева от чисел Bi и Δ можно обобщить формулой:

$$Ki^{**} = Bi(1+\Delta)^n. \quad (16)$$

²Полянин А.Д., Вязьмин А.В., Журов А.И., Казенин Д.А. Справочник по точным решениям уравнений тепло- и массопереноса. М.: Факториал, 1998. 368 с.

³Григорьев В.А., Зорин В.М. Теплоэнергетика и теплотехника: справочная серия. В 4 кн.; кн. 2. Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент. М.: Энергоатомиздат, 1988. 560 с.

Формулы для определения основных величин в стационарной задаче о плавлении образца внутренним источником теплоты

Formulas for determining the basic values in the stationary problem of melting a sample by an internal heat source

Симметрия	Плоская ($n = 0$)	Цилиндрическая ($n = 1$)	Сферическая ($n = 2$)
Граница раздела фаз, ξ_m	$1 + \Delta + \frac{1}{Bi} - \frac{1}{Ki}$	$(1 + \Delta) \exp \left[-\frac{1}{Ki} + \frac{1}{Bi(1 + \Delta)} \right]$	$\frac{1}{\frac{1}{Ki} + \frac{1}{1 + \Delta} \left[1 - \frac{1}{Bi(1 + \Delta)} \right]}$
Первое критическое число Кирпичева, Ki^*	$\frac{1}{\Delta + \frac{1}{Bi}}$	$\frac{1}{\ln(1 + \Delta) + \frac{1}{Bi(1 + \Delta)}}$	$\frac{1 + \Delta}{\Delta + \frac{1}{Bi(1 + \Delta)}}$
Второе критическое число Кирпичева, Ki^{**}	Bi	$Bi(1 + \Delta)$	$Bi(1 + \Delta)^2$

Коэффициент формы в уравнении (16) учитывает увеличение поверхности теплообмена с окружающей средой при увеличении толщины слоя теплоизоляции. Таким образом, второе критическое условие выражает равенство теплового потока от нагревателя и теплового потока в окружающую среду при температуре границы, равной единице (т.е. температуре плавления).

Полученные результаты можно представить в виде таблицы.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА

Уравнение теплопроводности в обеих областях можно записать в виде:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\varphi(\xi)}{\xi^n} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^n \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) + q(\xi). \quad (17)$$

Здесь $q(\xi)$ – стоки теплоты, связанные с плавлением материала; коэффициент $\varphi(\xi)$ – это ступенчатая функция:

$$\varphi(\xi) = \begin{cases} \gamma \kappa, & \xi < \xi_m \\ 1, & \xi > \xi_m \end{cases}. \quad (18)$$

Кроме отношения теплопроводностей κ , в нестационарной задаче появляется отношение объемных теплоемкостей фаз γ . Поскольку стационарные характеристики плавления не зависят от отношения теплопроводностей фаз (как было показано в предыдущем разделе), мы будем далее вместо двух параметров использовать только один – отношение температуропроводностей фаз $\chi = \gamma \kappa$. Отметим, что граничные условия при $\xi = 1$ и при $\xi = 1 + \Delta$ для уравнения (17) те же, что и в стационарном случае, но условия на межфазной границе меняются:

$$\frac{1}{St} \frac{d\xi_m}{d\tau} = -\kappa \frac{\partial \theta}{\partial \xi}(\xi_m^-) + \frac{\partial \theta}{\partial \xi}(\xi_m^+). \quad (19)$$

Здесь St – число Стефана:

$$St = \frac{c(T_m - T_{env})}{L}, \quad (20)$$

где c – удельная теплоемкость; L – тепловой эффект фазового перехода.

Приближенное решение нестационарной задачи с нагревателем внутри образца было получено в работе [21] в квазистационарной постановке (для малых St). Мы рассматриваем модель, позволяющую определить время расплавления без ограничений на значения теплофизических параметров.

Для решения нестационарной задачи Стефана используется численный алгоритм, подробно описанный в работе [23]: уравнение теплопроводности (17) преобразуется в систему разностных уравнений на равномерной сетке; для описания фазового состояния материала используется вспомогательная функция $X(\xi)$, равная единице для твердой фазы и равная нулю для жидкой фазы. Тогда коэффициент φ является линейной функцией фазового состояния:

$$\varphi(\xi) = (1 - \chi) X(\xi) + \chi. \quad (21)$$

Пересчет значений вспомогательной функции X проводится согласно обычной энтропийной схеме:

$$\frac{\partial X^2(\xi)}{\partial \tau} = \begin{cases} 0, & \theta < 1 \\ -2StX(\xi) \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, & \theta \geq 1 \end{cases}. \quad (22)$$

Уравнение (17) решается неявным методом, уравнение (22) – явным. Для повышения устойчивости численного алгоритма используется расщепление по физическим процессам. Решение задачи теплопроводности и кинетики плавления проводится поочередно: на каждом временном шаге Δt сперва решается уравнение (17) с шагом $\Delta t/2$; затем решается уравнение (20) на промежуточном температурном распределении, при этом производится корректировка температуры с учетом рассчитанных стоков q ; наконец, уравнение (17) снова решается с шагом $\Delta t/2$.

Система разностных уравнений выглядит следующим образом:

$$\theta_i^* - \theta_i^0 = \frac{\Delta \tau}{2} \left[\varphi_{i-1,i} \frac{\xi_{i-1}}{\xi_i} \theta_{i-1}^* - \left(\varphi_{i-1,i} \frac{\xi_{i-1}}{\xi_i} + \varphi_{i,i+1} \right) \theta_i^* + \varphi_{i,i+1} \theta_{i+1}^* \right] \quad (23)$$

Здесь i – индекс расчетного элемента; коэффициенты φ определяются как средняя температуропроводность между соседними расчетными элементами; индекс 0 относится к предыдущему временному слою. Расплавление материала рассчитывается с помощью приближенного интегрирования (22):

$$X_i = \begin{cases} X_i^0, \theta_i \leq 1 \\ X_i^0 - St(\theta_i^* - 1), \theta_i^* > 1. \end{cases} \quad (24)$$

После этого температура корректируется с учетом затрат теплоты на плавление:

$$\theta_i - \theta_i^* = \frac{\Delta \tau}{2} \left[\varphi_{i-1,i} \frac{\xi_{i-1}}{\xi_i} \theta_{i-1} - \left(\varphi_{i-1,i} \frac{\xi_{i-1}}{\xi_i} + \varphi_{i,i+1} \right) \theta_i + \varphi_{i,i+1} \theta_{i+1} \right] - \frac{X_i^0 - X_i}{St} \quad (25)$$

Исследования точности алгоритма проводились в работе [23]. Подобные алгоритмы использовались в задачах с одновременным протеканием нескольких фазовых переходов в работах [24, 25]. Использование энтальпийной схемы позволяет добиться устойчивости за счет консервативности: при решении уравнений (23) и (25) на полушагах используется неявный метод (при этом

состояние материала фиксировано); введение переменной состояния расчетного элемента приводит к тому, что разностные уравнения (24) также имеют ограниченное решение. Таким образом, полученная комбинация будет устойчивой даже на грубых сетках (однако сходимость численного решения будет иметь первый порядок по времени и пространству, как показано в [23]).

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим поведение цилиндрического образца при значениях параметров: $\Delta = 1$, $Bi = 10$, $St = 10$, $\chi = 0,5$. Критические значения числа Кирпичева для этого набора параметров равны $Ki^* = 1,346$ и $Ki^{**} = 20$.

Выход на стационарное состояние для $Ki = 10$ показан на рис. 1: за время порядка 5 безразмерных единиц (чисел Фурье) линия раздела фаз достигает стационарного значения (около 1,9), при этом температура на границе с нагревателем возрастает до 14 ед., а средняя температура образца (полученная интегрированием по радиусу) составляет около 5,4 ед.

Результаты расчетов с меняющимся числом Кирпичева показаны на рис. 2. При превышении первого критического значения появляется фронт плавления вблизи поверхности нагрева; при превышении второго критического значения фронт плавления достигает внешней границы за конечное время. Зависимость времени начала плавления и времени полного расплавления от числа Кирпичева показано на рис. 2 б: после резкого падения зависимости выполаживаются, и влияние интенсивности нагрева ослабевает, т.е. при больших Ki процесс плавления лимитируется теплопроводностью материала (при этом, соответственно, растет температура в области контакта с нагревателем). Можно видеть, что численные расчеты согласуются со стационарным решением в пределе больших времен нагрева.

Влияние числа Стефана показано на рис. 3, а: если при больших St граница раздела фаз движется практически со скоростью изотермы $\theta = 1$, то при малых значениях (т.е. при больших величинах теплоты плавления) происходит постепенное замедление фронта. Зависимости на рис. 3 можно сопоставить с результатами работы [21]: зависимость по-

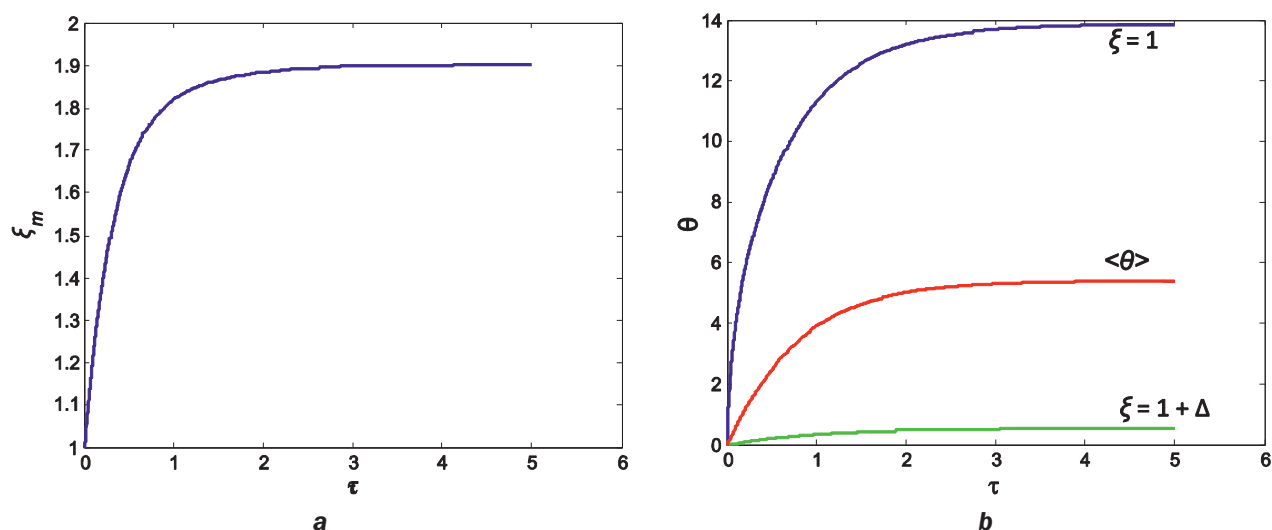


Рис. 1. Динамика движения фронта плавления (а) и температуры (b) в цилиндрическом образце при $Ki = 10$
Fig. 1. Dynamics of melting front propagation (a) and temperature (b) in a cylindrical sample at $Ki = 10$

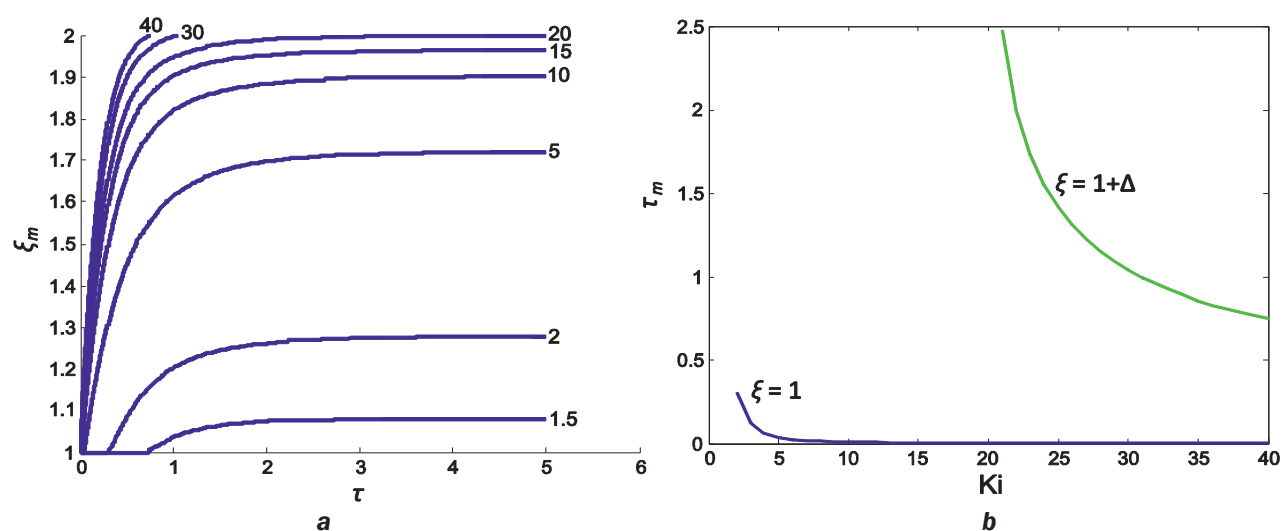


Рис. 2. Влияние числа Кирпичева (числа рядом с кривыми) на динамику границы раздела фаз (а) и время плавления (b)
Fig. 2. Influence of the Kirpichev number (numbers at the curves) on the phase boundary dynamics (a) and melting time (b)

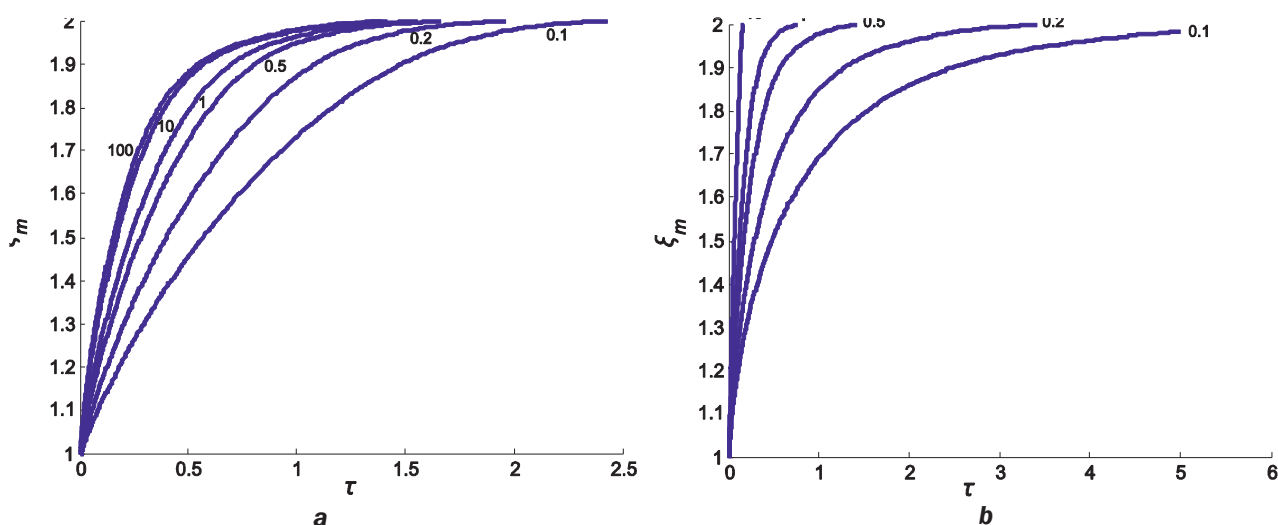


Рис. 3. Влияние числа Стефана (а) и отношения теплопроводностей фаз (b) на динамику границы раздела фаз ($Ki = 25$)
Fig. 3. Influence of the Stefan number (a) and thermal diffusivity ratio (b) on phase boundary dynamics ($Ki = 25$)

ложения границы раздела фаз от времени близка к линейной на начальном участке.

Еще более заметный эффект имеет параметр χ (рис. 3 б): с ростом температуропроводности жидкой фазы происходит быстрое установление температуры в области расплава, что способствует ускорению расплавления (наблюдается движение границы раздела при практически постоянном граничном условии). Увеличение эффективной температуропроводности жидкости возможно, например, за счет естественной конвекции [12].

Подобный эффект наблюдался при исследовании модели плавления образца с объемным тепловыделением [23].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена нестационарная задача о расплавлении цилиндрического образца локализованным источником энергии. Полученные при анализе стационарной задачи решения использованы для задания условий, при которых заведомо происходит расплавление образца. С помощью численной модели проведены расчеты с варьированием теплофизических свойств материала образца и интенсивности теплоподвода. Проанализированы расчетные зависимости динамических характеристик процесса плавления от параметров задачи. Установлено существенное влияние различия транспортных свойств разных фаз на кинетику плавления.

Список источников

1. Mallick S., Gayen D. Thermal behaviour and thermal runaway propagation in lithium-ion battery systems – a critical review // *Journal of Energy Storage*. 2023. Vol. 62. P. 106894. <https://doi.org/10.1016/j.est.2023.106894>.
2. Rocha T.T.M., Trevizoli P.V., De Oliveira R.N. A timeline of the phase-change problem for latent thermal energy storage systems: a review of theoretical approaches from the 1970-s to 2022 // *Solar Energy*. 2023. Vol. 250. P. 248–284. <https://doi.org/10.1016/j.solener.2022.12.035>.
3. Nakamura Y., Yoshimura N., Ito H., Azumaya K., Fujita O. Flame spread over electric wire in sub-atmospheric pressure // *Proceedings of the Combustion Institute*. 2009. Vol. 32. Iss. 2. P. 2559–2566. <https://doi.org/10.1016/j.proci.2008.06.146>.
4. Kaliaperumal M., Dharanendrakumar M.S., Prasanna S., Abhishek K.V., Chidambaram R.K., Adams S., et al. Cause and mitigation of lithium-ion battery failure – a review // *Materials*. 2021. Vol. 14. Iss. 19. P. 5676. <https://doi.org/10.3390/ma14195676>.
5. Мусакаев Н.Г., Бельских Д.С. Численное исследование процесса добычи газа из газогидратной залежи при наличии термического и депрессионного воздействия // *Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика*. 2023. Т. 9. № 3. С. 83–99. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2023-9-3-83-99>.
6. Tazetdinov B.I., Chiglintseva A.S., Gimaltdinov I.K., Kochanova E.Y. On the decomposition of gas hydrate at a positive temperature // *Materials Science and Engineering: IOP Conference Series*. 2020. Vol. 919. P. 062057. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/919/6/062057>.
7. Глушков Д.О., Кузнецов Г.В., Стрижак П.А. Численное исследование влияния выгорания на характеристики зажигания полимера при локальном нагреве // *Физика горения и взрыва*. 2017. Т. 53. № 3. С. 59–70. <https://doi.org/10.15372/FGV20170208>.
8. Snegirev A., Kuznetsov E., Korobeinichev O., Shamkov A., Paletsky A., Shvartsberg V., et al. Fully coupled three-dimensional simulation of downward flame spread over combustible material // *Polymers*. 2022. Vol. 14. P. 4136. <https://doi.org/10.3390/polym14194136>.
9. Худяев С.И., Столин А.М., Маклаков С.В. Тепловой взрыв в условиях фазового превращения // *Физика горения и взрыва*. 1983. № 5. С. 85–91.
10. Прокофьев В.Г., Смоляков В.К. Нестационарные режимы горения бинарной безгазовой смеси при зажигании накаливаемой стенкой // *Физика горения и взрыва*. 2005. Т. 41. № 2. С. 45–50. EDN: NXUFDP.
11. Barrett J.W., Nurnberg R. Finite element approximation of a Stefan problem with degenerative Joule heating // *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*. 2004. Vol. 38. No. 4. P. 633–652. <https://doi.org/10.1051/m2an:2004030>.
12. Crepeau J., Siahpush A.S. Solid-liquid phase change driven by internal heat generation // *Comptes Rendus Mecanique*. 2012. Vol. 340. Iss. 5. P. 471–476. <https://doi.org/10.1016/j.crme.2012.03.004>.
13. Tang Jiannan, Huang Mei, Zhao Yuanyuan, Maqsood S., Ouyang Xiaoping. Numerical investigations on the melting process of the nuclear fuel rod in RIAs and LOCAs // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2018. Vol. 124. P. 990–1002. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.04.001>.
14. Tanoue K., Nagao M., Yoshida A., Nishimura T. Heat transfer and phase change in a polystyrene packed bed during melting // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2014. Vol. 79. P. 324–331. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.08.019>.
15. Hao Zhou, Mingxi Zhou, Pengnan Ma, Ming Cheng. Experimental investigation on the flame front resistance of gas channel growth with melt formation in iron ore sinter beds // *Proceedings of the Combustion Institute*. 2019. Vol. 37. Iss. 4. P. 4607–4615. <https://doi.org/10.1016/j.proci.2018.09.027>.

16. Donskoy I. Influence of heating conditions on formation and development of agglomerates in a reactive porous medium // *Heat Transfer Research*. 2022. Vol. 53. Iss. 12. P. 25–36. <https://doi.org/10.1615/HeatTransRes.2022038756>.
17. Sajjadi M., Azaiez J. Heat and mass transfer in melting porous media: stable miscible displacements // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2015. Vol. 88. P. 926–944. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.05.017>.
18. Jourabian M., Darzi A.A.R., Toghraie D., Akbari O.A. Melting process in porous media around two hot cylinders: numerical study using the lattice Boltzmann method // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2018. Vol. 509. P. 316–335. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.06.011>.
19. Darzi A.A.R., Farhadi M., Sedighi K. Numerical study of melting inside concentric and eccentric horizontal annulus // *Applied Mathematical Modelling*. 2012. Vol. 36. Iss. 9. P. 4080–4086. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2011.11.033>.
20. Azad M., Groulx D., Donaldson A. Melting of phase change materials in horizontal annuli // *Journal of Energy Storage*. 2021. Vol. 42. P. 103096. <https://doi.org/10.1016/j.est.2021.103096>.
21. Kothari R., Sahu S.K., Kundawal S.I. Comprehensive analysis of melting and solidification of a phase change material in an annulus // *Heat and Mass Transfer*. 2019. Vol. 55. P. 769–790. <https://doi.org/10.1007/s00231-018-2453-9>.
22. Alsulami R.A., Zope T.M., Premnath K., Aljaghtam M. Convectively cooled solidification in phase change materials in different configurations subject to internal heat generation: quasi-steady analysis // *Applied Thermal Engineering*. 2023. Vol. 221. P. 119849. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2022.119849>.
23. Donskoy I.G. Stefan problem for a heat-generating cylindrical sample with boundary conditions of the third kind: calculation of melting time // *iPolytech Journal*. 2024. T. 28. № 2. C. 290–302. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2024-2-290-302>.
24. Misyura S., Morozov V., Donskoy I., Shlegel N., Dorokhov V. Combustion of liquid fuels in the presence of CO₂ hydrate powder // *Fire*. 2023. Vol. 6. Iss. 8. P. 318. <https://doi.org/10.3390/fire6080318>.
25. Donskoy I.G. Dissociation of gas hydrates in a combustion environment // *Energy Systems Research*. 2024. Vol. 7. No. 1. P. 5–16. <https://doi.org/10.25729/esr.2024.01.0001>.

References

1. Mallick S., Gayen D. Thermal behaviour and thermal runaway propagation in lithium-ion battery systems – a critical review. *Journal of Energy Storage*. 2023;62:106894. <https://doi.org/10.1016/j.est.2023.106894>.
2. Rocha T.T.M., Trevizoli P.V., De Oliveira R.N. A timeline of the phase-change problem for latent thermal energy storage systems: a review of theoretical approaches from the 1970-s to 2022. *Solar Energy*. 2023;250:248-284. <https://doi.org/10.1016/j.solener.2022.12.035>.
3. Nakamura Y., Yoshimura N., Ito H., Azumaya K., Fujita O. Flame spread over electric wire in sub-atmospheric pressure. *Proceedings of the Combustion Institute*. 2009;32(2):2559-2566. <https://doi.org/10.1016/j.proci.2008.06.146>.
4. Kaliaperumal M., Dharanendrakumar M.S., Prasanna S., Abhishek K.V., Chidambaram R.K., Adams S., et al. Cause and mitigation of lithium-ion battery failure – a review. *Materials*. 2021;14(19):5676. <https://doi.org/10.3390/ma14195676>.
5. Musakaev N.G., Belskikh D.S. Numerical study of the gas production process from a gas hydrate deposit in the presence of thermal and depression effects. *Tyumen state university herald. Physical and mathematical modeling*. 2023;9(3):83-99. (In Russ.). <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2023-9-3-83-99>.
6. Tazetdinov B.I., Chiglintseva A.S., Gimaltdinov I.K., Kochanova E.Y. On the decomposition of gas hydrate at a positive temperature. In: *Materials Science and Engineering: IOP Conference Series*. 2020;919:062057. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/919/6/062057>.
7. Glushkov D.O., Kuznetsov G.V., Strizhak P.A. Numerical study of the effect of burnout on the ignition characteristics of polymer under local heating. *combustion, explosion, and shock waves*. 2017;53(3):59-70. (In Russ.). <https://doi.org/10.15372/fgv20170208>.
8. Snegirev A., Kuznetsov E., Korobeinichev O., Shamkov A., Paletsky A., Shvartsberg V., et al. Fully coupled three-dimensional simulation of downward flame spread over combustible material. *Polymers*. 2022;14:4136. <https://doi.org/10.3390/polym14194136>.
9. Khudyaev S.I., Stolin A.M., Maklakov S.V. Thermal explosion under phase transformation conditions. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 1983;5:85-91. (In Russ.).
10. Prokofiev V.G., Smolyakov V.K. Unsteady combustion of a binary gasless mixture ignited by a hot wall. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 2005;41(2):45-50. (In Russ.). EDN: NXUFD.
11. Barrett J.W., Nurnberg R. Finite element approximation of a Stefan problem with degenerative Joule heating. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*. 2004;38(4):633-652. <https://doi.org/10.1051/m2an:2004030>.
12. Crepeau J., Siahpush A.S. Solid-liquid phase change driven by internal heat generation. *Comptes Rendus Mecanique*. 2012;340(5):471-476. <https://doi.org/10.1016/j.crme.2012.03.004>.
13. Tang Jiannan, Huang Mei, Zhao Yuanyuan, Maqsood S., Ouyang Xiaoping. Numerical investigations on the melting process of the nuclear fuel rod in RIAs and LOCAs. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2018;124:990-1002. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.04.001>.

14. Tanoue K., Nagao M., Yoshida A., Nishimura T. Heat transfer and phase change in a polystyrene packed bed during melting. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2014;79:324-331. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.08.019>.
15. Hao Zhou, Mingxi Zhou, Pengnan Ma, Ming Cheng. Experimental investigation on the flame front resistance of gas channel growth with melt formation in iron ore sinter beds. *Proceedings of the Combustion Institute*. 2019;37(4):4607-4615. <https://doi.org/10.1016/j.proci.2018.09.027>.
16. Donskoy I. Influence of heating conditions on formation and development of agglomerates in a reactive porous medium. *Heat Transfer Research*. 2022;53(12):25-36. <https://doi.org/10.1615/HeatTransRes.2022038756>.
17. Sajjadi M., Azaiez J. Heat and mass transfer in melting porous media: stable miscible displacements. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2015;88:926-944. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.05.017>.
18. Jourabian M., Darzi A.A.R., Toghraie D., Akbari O.A. Melting process in porous media around two hot cylinders: numerical study using the lattice Boltzmann method. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2018;509:316-335. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.06.011>.
19. Darzi A.A.R., Farhadi M., Sedighi K. Numerical study of melting inside concentric and eccentric horizontal annulus. *Applied Mathematical Modelling*. 2012;36(9):4080-4086. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2011.11.033>.
20. Azad M., Groulx D., Donaldson A. Melting of phase change materials in horizontal annuli. *Journal of Energy Storage*. 2021;42:103096. <https://doi.org/10.1016/j.est.2021.103096>.
21. Kothari R., Sahu S.K., Kundawal S.I. Comprehensive analysis of melting and solidification of a phase change material in an annulus. *Heat and Mass Transfer*. 2019;55:769-790. <https://doi.org/10.1007/s00231-018-2453-9>.
22. Alsulami R.A., Zope T.M., Premnath K., Aljaghtam M. Convectively cooled solidification in phase change materials in different configurations subject to internal heat generation: quasi-steady analysis. *Applied Thermal Engineering*. 2023;221:119849. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2022.119849>.
23. Donskoy I.G. Stefan problem for a heat-generating cylindrical sample with boundary conditions of the third kind: calculation of melting time. *iPolytech Journal*. 2024;28(2):290-302. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2024-2-290-302>. EDN: HYUOIW.
24. Misyura S., Morozov V., Donskoy I., Shlegel N., Dorokhov V. Combustion of liquid fuels in the presence of CO₂ hydrate powder. *Fire*. 2023;6(8):318. <https://doi.org/10.3390/fire6080318>.
25. Donskoy I.G. Dissociation of gas hydrates in a combustion environment. *Energy Systems Research*. 2024;7(1): 5-16. <https://doi.org/10.25729/esr.2024.01.0001>.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ**Донской Игорь Геннадьевич,**

д.т.н.,
ведущий научный сотрудник
лаборатории термодинамики,
Институт систем энергетики
им. Л.А. Мелентьева СО РАН,
664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130, Россия
✉ donskoy.chem@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0003-2309-8461>

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR**Igor G. Donskoy,**

Dr. Sci. (Eng.),
Leading Researcher of the Thermodynamics
Laboratory,
Melentiev Energy Systems Institute SB RAS,
130 Lermontov St., Irkutsk 664033, Russia
✉ donskoy.chem@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0003-2309-8461>

Заявленный вклад автора

Автор выполнил аналитическую работу, на основании полученных результатов провел обобщение, подготовил рукопись к печати.

Author contribution

The author performed a comprehensive analysis, made a generalization on the basis of the results obtained and prepared the manuscript for publication.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interests

The author declares no conflict of interests.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

The final manuscript has been read and approved by the author.

Информация о статье

Статья поступила в редакцию 10.10.2024 г.; одобрена после рецензирования 30.10.2024 г.; принята к публикации 20.11.2024 г.

Information about the article

The article was submitted 10.10.2024; approved after reviewing 30.10.2024; accepted for publication 20.11.2024.