



Деформация материала и стружкообразование при действии единичного абразивного зерна

Ю.В. Димов^{1✉}, Д.Б. Подашев²

^{1,2}Иркутский национальный исследовательский технический университет, г. Иркутск, Россия

Резюме. Целью работы является определение объема материала, разрушенного единичным зерном (единичным микровыступом), производящим упругое и пластическое деформирование материала при взаимодействии абразивного инструмента с обрабатываемой поверхностью. Для расчета интенсивности деформации пластически оттесняемого материала заготовки под действием единичного зерна использован метод линий скольжения (метод характеристик). Для определения объема материала, разрушенного единичным зерном в результате полидеформирования, при его перемещении в тангенциальном направлении определены: площадь деформированного материала, интенсивность деформации сдвига, интенсивность скорости деформации сдвига, количество циклов пластического деформирования, необходимое для разрушения материала в различных зонах поля линий скольжения. Решение этих задач выполнено с использованием радиусов кривизны линий скольжения в физических плоскостях и в плоскостях годографов скоростей для меридиональной и нормальной к оси плоскостях сечения зерна. Определена упругая деформация материала, которая учитывается при расчете шероховатости обрабатываемой поверхности. Рассмотрено стружкообразование при действии единичного зерна с определением площади поперечного сечения стружки. Это позволило перейти к определению съема материала при абразивной обработке. Теоретические положения по определению перечисленных выше показателей подтверждены экспериментальными данными. Таким образом, исследования, проведенные методом линий скольжения, позволили определить объем пластически деформированного материала, величины и скорости деформации при действии единичного зерна, объем удаленного материала в результате многократного пластического деформирования и в виде стружки. Проведенные исследования являются составной частью исследования производительности процесса и шероховатости обработанной поверхности при финишной обработке заготовок эластичными полимерно-абразивными инструментами и свободными абразивными частицами.

Ключевые слова: единичное зерно, поле линий скольжения, пластическая деформация, упругая деформация, стружкообразование

Для цитирования: Димов Ю.В., Подашев Д.Б. Деформация материала и стружкообразование при действии единичного абразивного зерна // iPolytech Journal. 2024. Т. 28. № 1. С. 10–20. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2024-1-10-20>. EDN: YFVUTK.

MECHANICAL ENGINEERING

Original article

Material deformation and chip formation under single abrasive grain action

Yury V. Dimov^{1✉}, Dmitry B. Podashev²

^{1,2}Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russia

Abstract. The purpose of the work is to determine the volume of material destroyed by a single grain (microasperity), which produces elastic and plastic deformation of the material when an abrasive tool interacts with the treated surface. To calculate the intensity of deformation of the plastically displaced material of the workpiece under the action of a single grain, the slip-line technique (method of characteristics) was used. To determine the volume of material destroyed by a single grain as a result of polydeformation when moving in the tangential direction, the following is determined: area of the deformed material; intensity of the shear deformation; speed of the shear deformation rate; number of plastic deformation cycles necessary for the destruction of the material in various zones of the sliding line field. The solution to these problems is found using the radii of curvature of the sliding lines in the physical planes and in the planes of

the velocity hodographs for the meridional and normal to the axis planes of the grain section. The determination of the elastic deformation of the material is taken into account when calculating the roughness of the treated surface. Chip formation under the action of a single grain is considered taking into account the determination of the cross-sectional area of chips. This formed the basis for a determination of material removal during abrasive processing. The theoretical provisions for the determination of the above indicators are confirmed by experimental data. Thus, the studies carried out by the slip-line method formed a basis for determining the volume of plastically deformed material, the magnitude and rate of deformation under the action of a single grain, as well as the volume of the removed material as a result of repeated plastic deformation and in the form of chips. The performed investigation forms an integral part of studies into the process performance and roughness of the machined surface when finishing workpieces with elastic polymer-abrasive tools and free abrasive particles.

Keywords: single grain, slip line field, plastic deformation, elastic strain, chip formation

For citation: Dimov Yu.V., Podashev D.B. Material deformation and chip formation under single abrasive grain action. *iPolytech Journal*. 2024;28(1):10-20. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2024-10-1-20>. EDN: YFVUTK.

ВВЕДЕНИЕ

При финишной обработке поверхностей эластичными полимерно-абразивными инструментами, хонингованием, суперфинишированием, а также в среде или в потоке свободных абразивных частиц с целью уменьшения шероховатости съем материала осуществляется при взаимодействии режущего микрорельефа инструмента с обрабатываемым материалом. Исследованию процесса обработки абразивным инструментом посвящен ряд работ [1–10].

При воздействии абразивного инструмента на обрабатываемую поверхность единичное зерно (единичный микровыступ) производит упругое и пластическое деформирование материала. После соприкосновения с поверхностью начинается упругое деформирование, переходящее по мере углубления в пластическое. Глубина внедрения зерна зависит от кинетической энергии перемещения в нормальном к поверхности направлении. При достижении нормальной составляющей скорости относительного движения нулевого значения начинается вытеснение абразивного зерна под действием слоев материала, находящегося в упругодеформированном состоянии, и при наличии продольного перемещения формируется шероховатость обработанной поверхности.

Перемещение частицы в параллельном обрабатываемой поверхности направлении сопровождается микрорезанием материала детали.

Количество снятого в процессе обработки материала складывается из объемов, ушедших в стружку и разрушенных в результате полидеформирования.

В данной статье рассматривается аналитическое определение объема, пластически

деформированного и удаляемого при полидеформировании материала и в виде стружки под действием единичного абразивного зерна, а также глубина его внедрения в обрабатываемый материал.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

При исследовании в качестве модели единичного зерна принят конус с закругленной по радиусу вершиной. Такая форма зерна, как показали исследования профилограмм микрогеометрии поверхности обрабатывающего инструмента, наиболее близка к геометрии единичного микровыступа. Кроме того, замена действительной поверхности геометрически простыми формами облегчает математическое моделирование исследуемого процесса. Подобную форму модели при исследовании процессов обработки с применением абразива использовали многие исследователи [11–14].

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Данные исследования являются продолжением работы, выполненной в [15]. При внедрении зерна под углом δ к поверхности под действием нормальной P и тангенциальной T составляющих сил резания впереди его образуется валик напыла, который при определенных условиях может переходить в стружку. Для расчета интенсивности деформации пластически оттесняемого материала заготовки под действием единичного зерна использован метод линий скольжения (метод характеристик), который подробно рассмотрен в статье [15].

Поле линий скольжения в меридиональных сечениях для подобных нашему условий пластического деформирования и формы индентора [16, 17] состоит из зон ADW, WDGJ,

JGT и TGS. При этом η -линии скольжения представляют собой прямые линии, а ξ -линии скольжения являются криволинейными.

Поле линий скольжения в сечениях, нормальных к оси зерна, имеет прямолинейные τ - и криволинейные λ -линии скольжения. Аналогичное поле линий скольжения было рассмотрено А.Д. Томленовым [18].

ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ МАТЕРИАЛА

В результате многократного пластического деформирования обрабатываемый материал разрушается и происходит его отделение объемом ΔQ_{nl} .

Объем материала, разрушенного единичным зерном при его перемещении в тангенциальном направлении на Δx :

$$\Delta Q_{nl} = \frac{S_{деф} \cdot \Delta x}{n_n},$$

где $S_{деф}$ – площадь деформированного материала, мм²; n_n – количество циклов пластического деформирования, необходимое для разрушения материала.

Согласно [19]:

$$n_n = (\varepsilon_0/\varepsilon)^{tn},$$

где ε – деформация удлинения (сжатия), мм; ε_0 – критическая разрушающая деформация (экстраполированное значение ε до $n_n = 1$); tn – показатель кривой малоциклового усталости материала (константа материала).

Деформации ε и ε_0 удлинения (сжатия) можно заменить интенсивностями сдвига:

$$\gamma_i \text{ и } \gamma_{i0}: n_n = (\gamma_{i0}/\gamma_i)^{tn}. \quad (1)$$

При объемном деформировании интенсивность сдвига с учетом параметра Одквиста, характеризующего накапливаемую пластическую деформацию, определится из выражения:

$$\gamma_i = \int_0^t \dot{\gamma}_i \cdot dt,$$

где t – время деформации, с; $\dot{\gamma}$ – интенсивность скорости деформации сдвига, с⁻¹ [18].

$$\dot{\gamma}_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{\dot{\gamma}_1^2 + \dot{\gamma}_2^2 + \dot{\gamma}_3^2},$$

где $\dot{\gamma}_1, \dot{\gamma}_2, \dot{\gamma}_3$ – скорости главных деформаций сдвига.

Согласно принятой схеме полей линий

скольжения из уравнений Гейрингер и равенств $v_\eta = 0$ (в плоскости XY) и $v_\tau = 0$ (в плоскости XZ) следует, что вдоль характеристик второго семейства $v_\xi = \text{const}$ (в плоскости XY) и $v_\lambda = \text{const}$ (в плоскости XZ). Эти характеристики являются линиями тока.

Следовательно, $\dot{\gamma}_I = \dot{\gamma}_\xi \cdot \dot{\gamma}_2 = \dot{\gamma}_\lambda$. При известных γ_1 и γ_2 и условии, что материал обладает свойством несжимаемости, определим и третью скорость главной деформации сдвига:

$$\dot{\gamma}_3 = -(\dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_2) = -(\dot{\gamma}_\xi + \dot{\gamma}_\lambda).$$

Тогда интенсивность скорости деформации:

$$\dot{\gamma}_i = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\dot{\gamma}_\xi^2 + \dot{\gamma}_\xi \cdot \dot{\gamma}_\lambda + \dot{\gamma}_\lambda^2}. \quad (2)$$

Площадь деформированного материала. В деформированном состоянии находятся зоны AGT и JGT – при $\varphi_G \leq \varphi_D$ или JGT и ADW – при $\varphi_G > \varphi_D$ (см. [15]).

При внедрении в пределах сферической части зерна (рис. 1) приращение площади равно:

$$dS_{деф} = dS_{AGJ} + dS_{JGS} = [Q_1 \cdot R_{\xi i} + (Q_2 + 1) \cdot R_{\xi JGT}] \cdot dR_{\xi}. \quad (3)$$

Здесь Q_1, Q_2 – углы поворота; η – линии скольжения для рассматриваемой точки в зонах AGT и JGT соответственно:

$$Q_1 = \varphi_{GS} - \varphi; \quad (4)$$

$$Q_2 = \pi/4 - \varphi_G - \varphi + \beta, \quad (5)$$

где $R_{\xi i}$ – радиус кривизны, мм; ξ – линии скольжения в зоне AGJ, которая определяется по уравнению:

$$R_{\xi i} = r \cdot [\cos \beta + \sin \beta \cdot (\varphi_i - \varphi_n)],$$

где $R_{\xi JGT}$ – тоже в зоне JGT, определяется по уравнению:

$$R_{\xi JGT} = r \cdot (\varphi_G - \varphi_n) \cdot \sin \beta.$$

Подставив выражения (2), (3), (4), и (5) в формулу (1) и проинтегрировав при $dR_{\xi} = r \cdot \sin \beta \cdot d\varphi$, получим:

$$S_{деф} = 0,5 \cdot r^2 \cdot \varphi_G^2 \cdot \sin^2 \beta \cdot (q - 2/3 \cdot \varphi_G), \quad (6)$$

где $q = \pi/4 - \varphi_{GS} + \beta + \text{ctg} \beta + 1$.

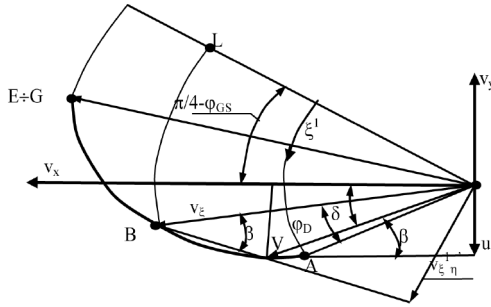


Рис. 1. Годограф скоростей в сечении XY
 Fig. 1. Velocity hodograph in XY section

Параметр q введен для упрощения написания уравнений (6).

Скорость деформации сдвига $\dot{\gamma}_\xi$. Максимальную скорость сдвига при плоском деформировании можно записать в виде [18]:

$$\dot{\gamma}_\xi = \frac{\rho_\xi}{R_\xi} - \frac{\rho_\eta}{R_\eta},$$

где R_ξ , R_η , ρ_ξ и ρ_η – радиусы кривизны линий скольжения в физической плоскости [15] и в плоскости годографа (см. рис. 1).

Поскольку скорость $v_\eta = 0$, радиус кривизны η – линий в плоскости годографа $\rho_\eta = 0$.

В результате это уравнение принимает следующий вид:

$$\dot{\gamma}_\xi = \frac{\rho_\xi}{R_\xi}.$$

По годографу (см. рис. 1) радиусы кривизны ξ^1 -линий, равные скоростям на ξ -линиях физического поля, определяются как

$$\rho_{\xi^1} = v_\xi = \frac{v_n}{\sin\beta} = \frac{u \cdot \cos\phi + v \cdot \cos\psi \cdot \sin\phi}{\sin\beta},$$

где v_n – скорость нормальная к поверхности зерна, мм/мин.

Окончательное выражение для определения скорости деформации в плоскости XY с учетом зависимостей $u = v \cdot \tan\beta$ и $R_{\xi^0} = r \cdot \cos\beta$ примет вид:

$$\dot{\gamma}_\xi = \frac{v \cdot (\tan\delta \cdot \cos\phi + \cos\psi \cdot \sin\phi)}{r \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta}. \quad (7)$$

Скорость деформации сдвига, как следует из выражения (7), неодинакова в пределах поля линий скольжения и зависит от коэффи-

циента пластического трения, представленного в формуле углом β , и глубины внедрения, которая определяется углом ϕ . Поэтому определим среднюю скорость сдвига в пределах всей площади деформации $S_{деф}$.

При внедрении в пределах **сферического участка зерна**:

$$\dot{\gamma}_{\xi cp} = \frac{1}{S_{деф}} \cdot \int_0^{\phi_G} \dot{\gamma}_\xi \cdot dS_{деф}. \quad (8)$$

После решения этого уравнения получим:

$$\dot{\gamma}_\xi = \frac{4 \cdot v}{r \cdot \sin 2\beta \cdot \phi_G^2 \cdot (q - 2/3 \cdot \phi_G)} \left\{ \tan\delta \cdot [(q - \phi_G) \cdot (-\cos\phi_G) - \sin\phi_G + q] + \cos\psi \left[\cos\phi_G - \sin\phi_G \cdot (q - \phi_G) + 1 + \phi_G \cdot (q - 0,5 \cdot \phi_G) \right] \right\}. \quad (9)$$

Скорость деформации сдвига $\dot{\gamma}_\lambda$. В плоскости XZ скорость деформации сдвига определится выражением: $\dot{\gamma}_\lambda = \rho_\lambda^1 / R_\lambda$.

Радиус кривизны на годографе (рис. 2):

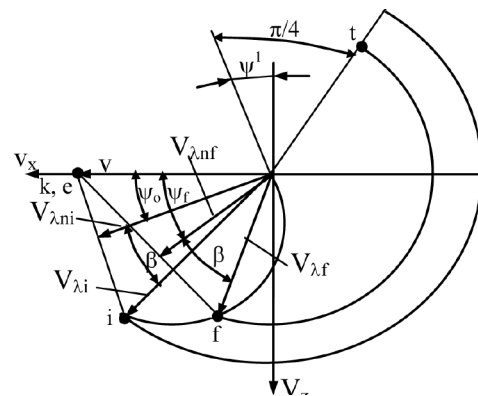


Рис. 2. Годограф скоростей в сечении XZ
 Fig. 2. Velocity hodograph in XZ section

$$\rho_\lambda^1 = v_\lambda = \frac{v_n}{\cos\beta} = \frac{v_x \cdot \cos\psi}{\cos\beta} = \frac{v \cdot \cos\psi}{\cos\beta \cdot \cos\delta},$$

а радиус кривизны в физической плоскости [15] на поверхности зерна: $R_{\lambda^0} = r \cdot \sin\beta$.

Окончательно скорость сдвига запишется в виде уравнения:

$$\dot{\gamma}_\lambda = \frac{v \cdot \cos\psi}{r \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta \cdot \cos\delta}. \quad (10)$$

Интенсивность деформации сдвига. При определении деформации предполагается, что любая точка на поверхности царапины в плоскости ХZ сдвинута из положения ψ_0 в положение ψ_1 . При этом значения ψ_1 могут меняться в пределах $\psi_0 \leq \psi_1 \leq \pi/2$.

$$\gamma_i = \int_0^t \dot{\gamma}_i \cdot dt = \int_0^t \dot{\gamma}_i \cdot \frac{dL_\lambda}{v_\lambda} = \int_{\psi_0}^{\psi_1} \dot{\gamma}_i \cdot \frac{r \cdot \cos \delta \cdot \cos \beta}{\sin(\psi + \beta) \cdot v} \cdot d\psi, \quad (11)$$

где dL_λ – перемещение на линии тока за время dt , мм,

$$dL_\lambda = \frac{r \cdot \cos \psi \cdot d\psi}{\sin(\psi + \beta)}.$$

Подставляя поочередно уравнения (8) совместно с уравнениями (9) в формулу (2), а затем в выражение (10), получим интенсивность деформации на сферическом участке зерна:

$$\gamma_i = \frac{2}{3 \sin \beta} \int_{\psi_0}^{\psi_1} \frac{1}{\sin(\psi + \beta)} \sqrt{\cos^2 \psi (B^2 \cdot \cos \delta + B \cdot \cos \delta + 1) + \cos \psi \cdot [A \cdot B \cdot \sin 2\delta + A \cdot \sin \delta] + A^2 \cdot \sin^2 \delta} \cdot d\psi. \quad (12)$$

$$\text{Здесь } A = \frac{2 \cdot [(q - \phi_G) \cdot (-\cos \phi_G) - \sin \phi_G + q]}{\phi_G^2 \cdot (q - 2/3 \cdot \phi_G)} \quad \text{при } \gamma_G \leq \gamma_D \text{ для } \gamma_i;$$

$$B = \frac{2 \cdot [\cos \phi_G - \sin \phi_G \cdot (q - \phi_G) + 1 + \phi_G \cdot (q - 0,5 \cdot \phi_G)]}{\phi_G^2 \cdot (q - 2/3 \cdot \phi_G)} \quad \text{при } \gamma_G \leq \gamma_D \text{ для } \gamma_i.$$

В уравнении (11) структура подынтегрального выражения:

$$J = \int_{\psi_0}^{\psi_1} \frac{1}{\sin(\psi + \beta)} \cdot \sqrt{\cos^2 \psi \cdot \lambda + \cos \psi \cdot \kappa + \gamma} \cdot d\psi.$$

В результате решения этого уравнения при допущении, что $\sin(\psi + \beta) \approx \sin \psi$, получены зависимости:

$$\gamma_i = \frac{2}{3 \cdot \sin \beta} \cdot [J(\psi_1) - J(\psi_0)]; \quad \lambda = B^2 \cdot \cos \delta + B \cdot \cos \delta + 1; \quad \kappa = A \cdot B \cdot \sin^2 \delta + A \cdot \sin \delta; \quad \gamma = A^2 \cdot \sin^2 \delta.$$

В уравнении (11) значение интеграла равно:

$$J(\psi_i) = \sqrt{\lambda \cdot \cos^2 \psi_i + \kappa \cdot \cos \psi_i + \gamma} \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{\cos \psi_i + 1}{\cos \psi_i - 1} \right) - \frac{2\lambda}{3\gamma \cdot \cos \psi_i} - \frac{\kappa}{6\gamma \cdot \cos^2 \psi_i} + \frac{\kappa^2}{4\gamma^2 \cdot \cos^2 \psi_i} \right] + \sqrt{\lambda} \ln \left(\frac{2\lambda \cos \psi_i + \kappa}{2 \cdot \sqrt{\lambda}} + \lambda \cdot \cos^2 \psi_i + \gamma \right) - \left(\frac{\kappa}{2\sqrt{\gamma}} + \frac{\kappa^3}{8\gamma^{5/2}} - \frac{\lambda \cdot \kappa}{2\gamma^{3/2}} \right) \cdot \ln \left(\frac{2 \cdot \gamma + \kappa \cdot \cos \psi_i + 2 \cdot \sqrt{\gamma \cdot (\lambda \cdot \cos^2 \psi_i + \kappa \cdot \cos \psi_i + \gamma)}}{\cos \psi_i} \right)$$

при $i = 1, 0$.

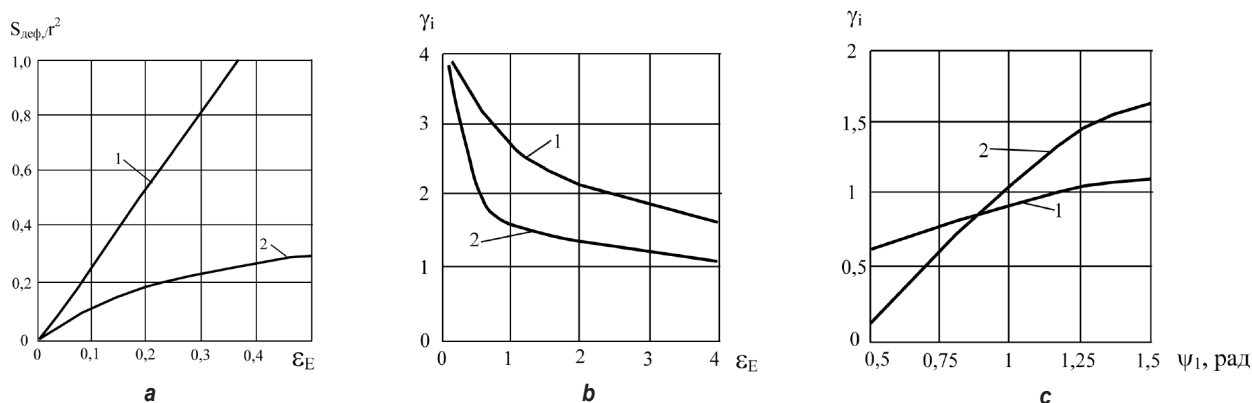


Рис. 3. Зависимость площади деформированного материала от глубины внедрения (а), а также интенсивности деформации от глубины внедрения (б) при $\psi_1 = \pi/2$ и угла охвата ψ_1 (с) при $\varepsilon_E = 4,3$: 1 – при $\mu_m = 0$; 2 – при $\mu_m = 0,4$ ($\varphi_D = \pi/4$)

Fig. 3. Dependence of the area of the deformed material on the penetration depth (a), dependence of the deformation intensity on the penetration depth (b) at $\psi_1 = \pi/2$ and the angle of coverage ψ_1 (c) at $\varepsilon_E = 4.3$: 1 – at $\mu_m = 0$; 2 – at $\mu_m = 0.4$ ($\varphi_D = \pi/4$)

На рис. 3 приведены результаты расчета по уравнениям (6) для площади деформированного материала и уравнениям (11) для интенсивности деформации сдвига при различных значениях μ_m , ψ_1 , $\varepsilon_E = y/r$.

Заметим, что с увеличением коэффициента трения площадь деформированного материала в поперечном сечении царапины уменьшается (см. рис. 3 а), а интенсивность деформации этого материала изменяется не одинаково (см. рис. 3 б и с). Например, для $\varepsilon_E = 4,3$ при $\psi_1 > 0,75$ рад. γ_i растет, а при $\psi_1 < 0,75$ рад. – падает.

С учетом того, что пластическое деформирование материала в основном будет происходить при внедрении зерна, когда $\psi_1 \geq \pi/2$, судить о целесообразности увеличения или уменьшения коэффициента трения для повышения производительности процесса обработки следует из соотношения площади деформированного материала, интенсивности

деформации и усталостной прочности материала. Непредполагаемое большое значение интенсивности деформации сдвига, намного превосходящее деформацию материала при стандартных методах испытания, является характерным не только для царапания, но и для процесса резания вообще.

Многочисленные экспериментальные исследования пластической деформации в зоне стружкообразования, как отмечает Т.Н. Лолодзе [20], показывают, что значение относительной деформации в условной плоскости сдвига при резании пластичных материалов колеблется в пределах 2–10, тогда как в шейке при растяжении образцов эта величина меньше 1.

Съем материала в результате полидеформирования следует определять для конкретного способа абразивной обработки.

Упругая деформация материала. При действии единичного зерна под углом δ к по-

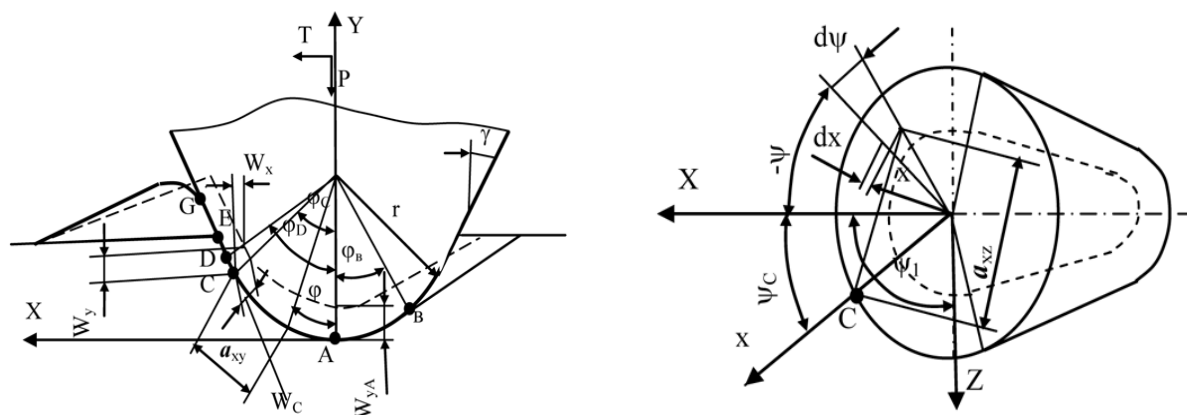


Рис. 4. Схема внедрения единичного зерна к расчету упругой деформации
 Fig. 4. Diagram of single grain introduction to elastic deformation calculation

верхности в материале, обладающем упруго-пластическими свойствами, образуется царапина, показанная на рис. 4 сплошной линией. После снятия нагрузки и упругого восстановления материала царапина принимает форму, изображенную на том же рисунке штриховыми линиями. Если на зерно снова приложить такую же нагрузку, что и до упругого восстановления, то царапина примет первоначальную форму.

Для любой точки С на поверхности зерна деформация dw_c под действием силы dP_n , приложенной на расстоянии a от рассматриваемой точки, может быть выражена:

$$dw_c = \frac{dP_n \cdot (1 - \mu_T^2)}{\pi \cdot E \cdot a} \quad (13)$$

Эта зависимость получена решением трехмерной задачи – задачи Бусинеска [11] при действии сосредоточенной силы на упругое полупространство.

Рассмотрим деформацию материала при внедрении зерна в пределах сферической части, т.е. при $y_G \leq y_D$.

На элементарную площадку поверхности зерна

$$dS = r^2 \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi \cdot d\psi \quad (14)$$

действует ортогональная к ней сила:

$$dP_n = \sigma_n \cdot \cos(\varphi_c - \varphi) \cdot \cos(\psi_c - \psi) \cdot dS, \quad (15)$$

где σ_n – напряжение, нормальное к поверхности зерна,

$$\begin{aligned} \sigma_n &= 2K \cdot (1 + \pi \cdot \psi_1 - \psi - \varphi - \varphi_{GS}) = \\ &= 2K \cdot (p_1 - \psi - \varphi), \end{aligned} \quad (16)$$

принимаемое для условий упругого восстановления без учета трения.

Расстояние от точки приложения силы до точки С, в которой определяется деформация:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{a_{xy}^2 + a_{xz}^2} = \\ &= r \cdot \sqrt{\sin^2 \cdot (\phi_c - \phi) + \sin^2 \phi \cdot \sin^2 (\psi_c - \psi)} \end{aligned} \quad (17)$$

При анализе взаимодействия обрабатываемой частицы с обрабатываемой деталью упругая составляющая деформации используется в расчете только на этапе вытеснения, т.е. с того момента, когда кинетическая энер-

гия движения в нормальном к обрабатываемой поверхности направлении полностью израсходуется на пластическую и упругую деформации материала, а нормальная составляющая скорости обратится в нуль. Поэтому для расчета по уравнению (13) относительного движения частицы и детали на этом этапе взаимодействия достаточно знать нормальную составляющую деформации в точке А ($\varphi_c = 0$, $\psi_c = 0$):

$$dw_{yA} = \frac{(1 - \mu_T^2) \cdot dP}{\pi \cdot E \cdot a_A} \quad (18)$$

При внедрении в пределах сферической части зерна ($y_G \leq y_D$) на основе выражений (13)–(17) получим:

$$dP = 2 \cdot K \cdot r^2 \cdot (p - \psi - \varphi) \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi \cdot d\psi; \quad (19)$$

$$a_A = r \cdot \sin \varphi. \quad (20)$$

Подставив выражения (19) и (20) в формулу (18) и проинтегрировав, получим:

$$\begin{aligned} w_{yA} &= \frac{4K \cdot r \cdot (1 - \mu_T^2)}{\pi \cdot E} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\phi_G} (p - \psi - \phi) \cdot \\ &\cdot \cos \phi \cdot d\phi \cdot d\psi = \frac{K \cdot r \cdot (1 - \mu_T^2)}{E} \cdot f_{yA}, \end{aligned}$$

где f_{yA} – безразмерная функция, зависящая от относительной глубины внедрения $\varepsilon = y/r$ и коэффициента трения μ_T ,

$$\begin{aligned} f_{yA} &= 2 \cdot [\sin \varphi_G \cdot (1 + 5/4 \cdot \pi - \varphi_{GS} - \varphi_G) + \\ &+ 1 - \cos \varphi_G]. \end{aligned} \quad (21)$$

На рис. 5 приведены рассчитанные по (21) значения функции f_{yA} в зависимости от относительной глубины внедрения при различных значениях коэффициента трения для $\gamma = \pi/4$.

Как и следовало ожидать, с увеличением глубины внедрения интенсивность роста этой функции падает. Особенно это заметно на сферической части зерна. Коэффициент трения, который отразился на функции f_{yA} через угол и высоту наплыва, оказывает на нее слабое влияние. Поэтому в практических расчетах, не требующих высокой точности, его влиянием можно пренебречь.

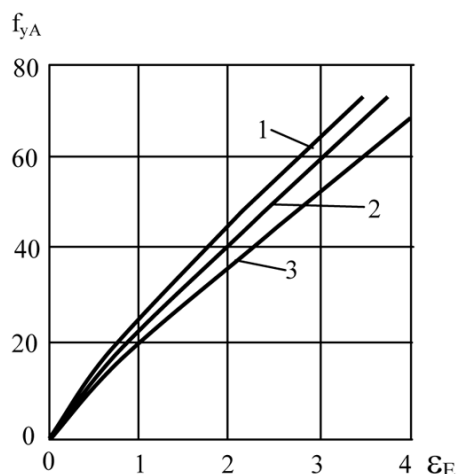


Рис. 5. Зависимость f_{yA} от глубины внедрения ϵ_E : 1 – при $\mu_T = 0$; 2 – при $\mu_T = 0,4$; 3 – при $\mu_T = 0,498$
 Fig. 5. f_{yA} vs penetration depth ϵ_E : 1 – at $\mu_T = 0$; 2 – at $\mu_T = 0,4$; 3 – at $\mu_T = 0,498$

Полученные уравнения упругой составляющей деформации на вершине зерна предназначены не только для анализа динамики взаимодействия обрабатываемой частицы с обрабатываемой деталью, но и определения параметров достижимой шероховатости поверхности, поскольку восстановленная глубина царапины тесно коррелирует с ее высотными параметрами.

Стружкообразование при действии единичного зерна. Площадь m_{kie} [15] является областью пластического равновесия (застойная зона), которая движется вместе с зерном как жесткое тело, образуя стружку.

Площадь поперечного сечения царапины, вытесненная в стружку, равна:

$$S_c = 2 \cdot r^2 \cdot \sin \varphi_0 \cdot (A_E - A_0) \text{ при } y_E \leq y_D, \quad (22)$$

где $A_E = 0,5\varphi_E - 0,25\sin 2\varphi_E$; $A_0 = 0,5\varphi_0 - 0,25\sin 2\varphi_0$.

Для подтверждения правильности полученных зависимостей были проведены эксперименты по царапанию материала индентором, представляющим собой модель единичного зерна, т.е. конус с закругленной вершиной.

Экспериментальные данные по этому показателю для ряда материалов в зависимости от относительной глубины внедрения $\epsilon = y/r$ приведены на рис. 6. Сходимость результатов, полученных теоретически (22) и экспериментально, как видно из графика, хорошая.

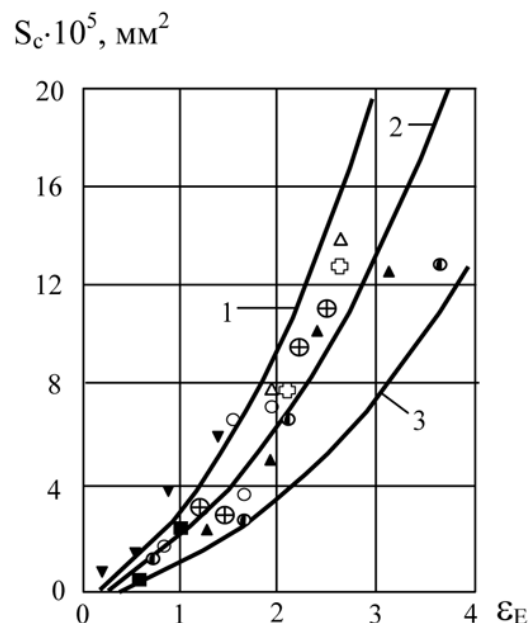


Рис. 6. Зависимость поперечного сечения стружки S_c от глубины внедрения:

1, 2, 3 – теоретические зависимости при $\gamma = \pi/4$, $r = 5 \text{ мкм}$ (1 – при $\mu_T = 0,498$; 2 – при $\mu_T = 0,4$; 3 – $\mu_T = 0,25$);

● – M1; ○ – Л62; ▲ – Д16Т; ◊ – ХВГ; ⊙ – steel 10; ■ – 60С2; ⊕ – Д19Т; ▼ – Х18Н10Т; Δ – АЕ – экспериментальные данные

Fig. 6. S_c chip cross section vs penetration depth: 1, 2, 3 – theoretical dependencies at $\gamma = \pi/4$, $r = 5 \mu\text{m}$ (1 – at $\mu_T = 0,498$; 2 – at $\mu_T = 0,4$; 3 – $\mu_T = 0,25$);

● – M1; ○ – Л62; ▲ – Д16Т; ◊ – ХВГ; ⊙ – steel 10; ■ – 60С2; ⊕ – Д19Т; ▼ – Х18Н10Т; Δ – АЕ – experimental data

Нормальная и тангенциальная составляющие силы P и T при царапании, измеренные на склерометре при $\gamma = \pi/4$, $r = 5 \text{ мкм}$, $\delta = 0$ и $\mu_T = 0,4$, представим в виде безразмерных функций t_p и t_T . Они рассчитаны по уравнениям:

$$t_p = \frac{P}{K \cdot r^2} \text{ и } t_T = \frac{T}{K \cdot r^2}$$

и приведены на рис. 7.

Подтверждение теоретических зависимостей экспериментальными данными говорит о том, что научная концепция математической модели для определения объема материала, пластически деформированного при воздействии единичного зерна, верна и может быть использована при разработке модели съема материала абразивосодержащим инструментом.

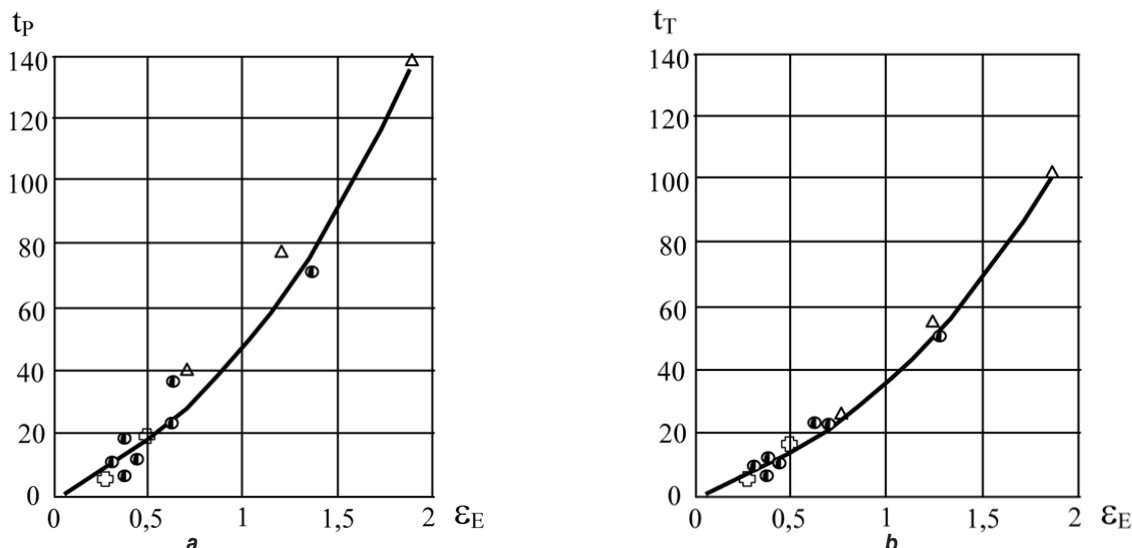


Рис. 7. Зависимость безразмерных функций t_p (а) и t_m (б) от глубины внедрения при $\gamma = \pi/4$, $r = 5$ мкм (условные обозначения материалов те же, что и на рис. 6)

Fig. 7. a – t_p and b – t_m dimensionless functions vs penetration depth at $\gamma = \pi/4$, $r = 5$ μm (conventional symbols of materials are similar to those in Fig. 6)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования, проведенные методом линий скольжения, позволили определить объем пластически деформированного материала, величины и скорости деформации при действии единичного зерна, объем удаленного материала в результате многократного пластического деформирования и в виде стружки.

Исследование упругой деформации материала заготовки и восстановления царапины

после снятия нагрузки позволяют определить высотные параметры шероховатости.

Результаты аналитических исследований подтверждены экспериментальными данными.

Проведенные исследования являются составной частью исследования производительности процесса и шероховатости обработанной поверхности при финишной обработке заготовок эластичными полимерно-абразивными инструментами и свободными абразивными частицами.

Список источников

1. Li Ning, Ding Jinfu, Hu Liguang, Wang Xiao, Lu Lirong, Huang Jianmeng, et al. Preparation, microstructure and compressive properties of silicone gel/SiC composites for elastic abrasive // Advanced composites letters. 2018. Vol. 27. Iss. 3. P. 122–128. <https://doi.org/10.1177/096369351802700305>.
2. Dimov Yu.V., Podashev D.B. Machining forces exerted by an elastic abrasive wheel // Russian Engineering Research. 2018. Vol. 38. Iss. 12. P. 932–937. <https://doi.org/10.3103/s1068798x18120341>.
3. Soloviev A.N., Tamarkin M.A., Tho Nguyen Van. Finite element modeling method of contrifugally rotary processing // Applied Mechanics and Materials. 2019. Vol. 889. P. 140–147. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-214-220>.
4. Solovev A.N., Nguyen Van Tho, Tamarcin M.A., Panfilov I.A., Wang J.P. Modeling contact abrasive interactions in centrifugally rotary processing by finite element method // Physics and Mechanics of new Materials and their Applicanions (Busan, 9–11 August 2018). Busan: Korea Maritime and Ocean University, 2018. P. 334–336. EDN: XYXAVF.
5. Svirschev V.I., Trubitsyn A.V., Tarasov S.V. Technological support of the surface roughness of the spigots made from the tough Relit material with the help of the optimization of the centerless grinding mode parameters // International Journal of Applied Engineering Research. 2019. Vol. 14. № 4. P. 896–899.
6. Spirin V.A., Makarov V.F., Khalturin O.A. Calculation of thermodynamic parameters of geometrically complex parts at abrasive globoid gear machining // Proceedings of the 5th International Conference on Industrial Engineering. Sochi: Springer, 2020. Vol. 2. P. 857–864. https://doi.org/10.1007/978-3-030-22063-1_91. EDN: UVZNKU.
7. Свирщёв В.И., Трубицын А.В., Тарасов С.В. Оптимизация параметров режима бесцентрового шлифования втулок из высокотвердого материала «Релит», обеспечивающих требуемую шероховатость поверхности // Известия Самарского научного центра РАН. 2019. Т. 21. № 1. С. 25–30.
8. Нгуен Ван Тхо, Тищенко Э.Э., Панфилов И.А., Мордовцев А.А. Исследование влияния технологических параметров на съём металла при центробежно-ротационной обработке // Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). 2020. Т. 20. № 4. P. 397–404. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-397-404>.

9. Макаров В.Ф., Ворожцова Н.А., Песин М.В. Обработка зубчатых колес сборными шлифовально-полировальными кругами // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Серия: Машиностроение, материаловедение*. 2020. Т. 22. № 1. С. 79–87. <https://doi.org/10.15593/2224-9877/2020.1.09>.
10. Спиринов В.А., Макаров В.Ф., Халтурин О.А. Производительность глобидного зубохонингования // *Наукоемкие технологии в машиностроении*. 2020. № 3. С. 20–23. <https://doi.org/10.30987/2223-4608-2020-3-20-23>. EDN: IBVLVR.
11. Корчак С.Н. Производительность процесса шлифования стальных деталей. М.: Машиностроение, 1974. 280 с.
12. Петросов В.В. Гидродробеструйное упрочнение деталей и инструмента. М.: Машиностроение, 1977. 166 с.
13. Томленов А.Д. Некоторые задачи пластического формообразования металлов // *Прочность металлов и конструкций: сб. статей*. Киев: Академперіодика, 1975. С. 196–201.
14. Дударев А.С., Карманов В.В., Свирщев В.И. Моделирование формы единичного алмазного зерна // *Современное машиностроение. Наука и образование*. 2018. № 7. С. 545–557. <https://doi.org/10.1872/MMF-2018-47>. EDN: XRIAOL.
15. Димов Ю.В., Подашев Д.Б. Сила резания на единичном зерне // *iPolytech Journal*. 2023. Т. 27. № 1. С. 10–22. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2023-1-10-22>.
16. Друянов Б.А. О движении цилиндрического индентора по поверхности полупространства // *Теория трения и износа: сб. статей*. М.: Наука, 1965. С. 62–72.
17. Абрамян Б.Л., Александров В.М., Аменадзе Ю.А. Развитие теории контактных задач в СССР. М.: Наука, 1976. 493 с.
18. Томленов А.Д. Теория пластического деформирования металлов. М.: Металлургия, 1972. 408 с.
19. Крагельский И.В., Харач Г.М. О расчете износа поверхностей трения // *Расчетные методы оценки трения и износа: сб. статей*. Брянск: Приокское книжное изд-во, 1975. С. 5–17.
20. Лоладзе Т.Н. Прочность и износостойкость режущего инструмента. М.: Машиностроение, 1982. 320 с.

References

1. Li Ning, Ding Jinfu, Hu Liguang, Wang Xiao, Lu Lirong, Huang Jianmeng, et al. Preparation, microstructure and compressive properties of silicone gel/SiC composites for elastic abrasive. *Advanced composites letters*. 2018;273:122-128. <https://doi.org/10.1177/096369351802700305>.
2. Dimov Y.V., Podashev D.B. Machining forces exerted by an elastic abrasive wheel. *Russian Engineering Research*. 2018;38(12):932-937. <https://doi.org/10.3103/s1068798x18120341>.
3. Soloviev A.N., Tamarkin M.A., Tho Nguyen Van. Finite element modeling method of centrifugally rotary processing. *Applied Mechanics and Materials*. 2019;889:140-147. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-214-220>.
4. Soloviev A.N., Nguyen Van Tho, Tamarcin M.A., Panfilov I.A., Wang J.P. Modeling contact abrasive interactions in centrifugally rotary processing by finite element method. In: *Physics and Mechanics of new Materials and their Applications*. 9–11 August 2018, Busan. Busan: Korea Maritime and Ocean University; 2018, p. 334-336. EDN: XYXAVF.
5. Svirshev V.I., Trubitsyn A.V., Tarasov S.V. Technological support of the surface roughness of the spigots made from the tough Relit material with the help of the optimization of the centerless grinding mode parameters. *International Journal of Applied Engineering Research*. 2019;14(4):896-899.
6. Spirin V.A., Makarov V.F., Khalturin O.A. Calculation of thermodynamic parameters of geometrically complex parts at abrasive globoid gear machining. In: *Proceedings of the 5th International Conference on Industrial Engineering*. Sochi: Springer; 2020, vol. 2, p. 857-864. https://doi.org/10.1007/978-3-030-22063-1_91. EDN: UVZSKU.
7. Svirshchev V.I., Trubitsyn A.V., Tarasov S.V. Technological support of the surface roughness of the spigots made of high-hard material "Relit" based on the optimization of the parameters of the centerless grinding mode. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN = Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*. 2019;21(1):25-30. (In Russ.).
8. Nguyen Van Tho, Tischenko E.E., Panfilov I.A., Mordovtsev A.A. Investigation of technological parameters effect on metal removal during centrifugal rotary machining. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2020;20(4):397-404. (In Russ.). <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-397-404>.
9. Makarov V.F., Vorozhtsova N.A., Pesin M.V. Processing gears with prefabricated grinding and polishing wheels. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Seriya: Mashinostroenie, materialovedenie = Bulletin of Perm National Research Polytechnic University*. 2020;22(1):79-87. (In Russ.). <https://doi.org/10.15593/2224-9877/2020.1.09>.
10. Spirin V.A., Makarov V.F., Khalturin O.A. Capacity of globoidal gear-honing. *Naukoemkie tekhnologii v mashinostroenii = Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering*. 2020;3:20-23. (In Russ.). <https://doi.org/10.30987/2223-4608-2020-3-20-23>. EDN: IBVLVR.
11. Korchak S.N. *Steel part grinding rate*. Moscow: Mashinostroenie; 1974, 280 p. (In Russ.).
12. Petrosov V.V. *Hydroblasting hardening of parts and tools*. Moscow: Mashinostroenie; 1977, 166 p. (In Russ.).
13. Tomlenov A.D. Some issues of plastic shaping of metals. In: *Prochnost' metallov i konstrukcij = Strength of metals and structures*. Kiev: Akademperіodika; 1975, p. 196-201. (In Russ.).
14. Dudarev A.S., Karmanov V.V., Svirshchev V.I. Modeling a single diamond grain shape. *Sovremennoe mashinostroenie. Nauka i obrazovanie*. 2018;7:545-557. (In Russ.). <https://doi.org/10.1872/MMF-2018-47>. EDN: XRIAOL.
15. Dimov Yu.V., Podashev D.B. Force of cutting by a single abrasive grain. *iPolytech Journal*. 2023;27(1):10-22. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2023-1-10-22>.
16. Druyanov B.A. On cylindrical indenter motion along the half-space surface. In: *Teoriya treniya i iznosa = Theory of*

Friction and Wear. Moscow: Nauka, 1965, p. 62-72. (In Russ.).

17. Abramyan B.L., Aleksandrov V.M., Amenadze Yu.A. *Contact problem theory development in the USSR*. Moscow: Nauka; 1976, 493 p. (In Russ.).

18. Tomlenov A.D. *Theory of plastic deformation of metals*. Moscow: Metallurgiya; 1972, 408 p. (In Russ.).

19. Kragelsky I.V., Kharach G.M. On friction surface wear calculation. In: *Raschetnye metody ocenki treniya i iznosa = Calculation methods to estimate friction and wear*. Bryansk: Priokskoe book publishing house; 1975, p. 5-17. (In Russ.).

20. Loladze T.N. *Cutting tool strength and wear resistance*. Moscow: Mashinostroyeniye; 1982, 320 p. (In Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Димов Юрий Владимирович,

д.т.н., профессор,
профессор кафедры конструирования
и стандартизации в машиностроении,
Иркутский национальный исследовательский
технический университет,
664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, Россия
✉ dimov-ura@yandex.ru

Yury V. Dimov,

Dr. Sci. (Eng.), Professor,
Professor of the Department of Mechanical Engineering
Design and Standardization,
Irkutsk National Research Technical University,
83, Lermontov St., Irkutsk 664074, Russia
✉ dimov-ura@yandex.ru

Подашев Дмитрий Борисович,

к.т.н., доцент,
доцент кафедры конструирования и стандартизации
в машиностроении,
Иркутский национальный исследовательский
технический университет,
664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, Россия
dbp90@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0001-9112-9253>

Dmitry B. Podashev,

Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor,
Associate Professor of the Department of Mechanical
Engineering Design and Standardization,
Irkutsk National Research Technical University,
83, Lermontov St., Irkutsk 664074, Russia
dbp90@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0001-9112-9253>

Вклад авторов

Contribution of the authors

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

The authors contributed equally to this article.

Конфликт интересов

Conflict of interests

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

The authors declare no conflict of interests.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

The final manuscript has been read and approved by all the co-authors.

Информация о статье

Information about the article

Статья поступила в редакцию 18.07.2023 г.; одобрена после рецензирования 02.09.2023 г.; принята к публикации 15.12.2023 г.

The article was submitted 18.07.2023; approved after reviewing 02.09.2023; accepted for publication 15.12.2023.