



Научная статья

УДК 621.316.3

<https://doi.org/10.21285/1814-3520-2022-3-519-531>

Математическая модель теплового режима воздушной линии электропередачи с учетом изменения температуры по длине

Владислав Михайлович Троценко^{1✉}, Станислав Сергеевич Гиршин²,
Елена Владимировна Петрова³, Олег Алексеевич Сидоров⁴,
Евгения Викторовна Румянцева⁵, Елена Петровна Жиленко⁶,
Владимир Николаевич Горюнов⁷

^{1-3,5-7} Омский государственный технический университет, г. Омск, Россия

⁴ Омский государственный университет путей сообщения, г. Омск, Россия

¹ troch_93@mail.ru, orcid.org/0000-0002-4250-371X

² stansg@mail.ru, orcid.org/0000-0002-0650-1880

³ evpetrova2000@yandex.ru, orcid.org/0000-0002-7866-5630

⁴ SidorovOA@omgups.ru, orcid.org/0000-0003-1981-3338

⁵ jeka30981@mail.ru, orcid.org/0000-0002-6232-1382

⁶ epzhilenko@omgtu.ru

⁷ vladimirmirgoryunov2016@yandex.ru, orcid.org/0000-0002-4707-2023

Резюме. Цель – разработать математическую модель температурного режима провода воздушной линии с учетом осевой передачи тепла. Объектом исследования явились воздушные линии электропередачи. В работе использованы аналитические и численные методы решения дифференциальных уравнений, включая метод конечных разностей. Решено уравнение теплопроводности для проводов марок АС-240/32 и СИП-2 3х95+1х95 при изменении тока по длине линии. Предложено аналитическое решение уравнения теплопроводности для установившегося режима провода при одинаковом токе на всех участках линии с учетом температурной зависимости активного сопротивления. Показана достоверность полученных результатов при сравнении аналитического метода с методом конечных разностей. Установлено, что граничные условия в начале и в конце линии оказывают влияние на ее температуру лишь в пределах нескольких метров. При этом степень этого влияния несколько возрастает с увеличением тока вследствие температурной зависимости тепловыделения, но остается малой вплоть до токов аварийного уровня. Поэтому расчеты теплового режима линии не требуют задания граничных условий с высокой точностью. Показано, что в линии с равномерно распределенной нагрузкой при большом изменении тока по длине результаты отличаются. Так, абсолютная погрешность аналитического решения (по сравнению с методом конечных разностей) по максимальной температуре составляет 77,9°C, а относительная погрешность по потерям равна 10%, аналогичные погрешности расчета температуры неограниченно длинного провода как функции длины составляют 2,5°C и 0,1%. Следовательно, несмотря на высокую теплопроводность металла, модель с нулевой теплопроводностью по оси провода дает наиболее точные результаты, чем модель с бесконечно большой теплопроводностью. Полученные результаты позволяют уточнить суммарные потери активной мощности, а также оценить пропускную способность линии по максимально допустимой температуре, которая зависит от типа проводов и составляет 70°C для неизолированных сталеалюминиевых и 90°C для самонесущих изолированных проводов.

Ключевые слова: потери мощности, температура провода, осевая передача тепла, уравнение теплопроводности, тепловой масштаб длины, метод конечных разностей

Для цитирования: Троценко В. М., Гиршин С. С., Петрова Е. В., Сидоров О. А., Румянцева Е. В., Жиленко Е. П., Горюнов В. Н. Математическая модель теплового режима воздушной линии электропередачи с учетом изменения температуры по длине // iPolytech Journal. 2022. Т. 26. № 3. С. 519–531. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2022-3-519-531>.

Mathematical model of the thermal mode of overhead power lines considering temperature variations along the line length

Vladislav M. Trotsenko^{1✉}, Stanislav S. Girshin², Elena V. Petrova³, Oleg A. Sidorov⁴, Evgeniya V. Rumyantseva⁵, Elena P. Zhilenko⁶, Vladimir N. Goryunov⁷

^{1-3,5-7} Omsk State Technical University, Omsk, Russia

⁴ Omsk State Transport University, Omsk, Russia

¹ troch_93@mail.ru, orcid.org/0000-0002-4250-371X

² stansg@mail.ru, orcid.org/0000-0002-0650-1880

³ evpetrova2000@yandex.ru, orcid.org/0000-0002-7866-5630

⁴ SidorovOA@omgups.ru, orcid.org/0000-0003-1981-3338

⁵ jeka30981@mail.ru, orcid.org/0000-0002-6232-1382

⁶ epzhilenko@omgtu.ru

⁷ vladimirgoryunov2016@yandex.ru, orcid.org/0000-0002-4707-2023

Abstract. A mathematical model representing the temperature mode of an overhead power line wire and taking into account the axial heat transfer was developed. Processes in overhead power lines were analyzed using analytical and numerical methods for solving differential equations, including the finite difference method. The equation of thermal conductivity for AS-240/32 and SIP-2 3x95+1x95 wires was solved for the case of current variations along the line length. An analytical solution to the equation of thermal conductivity was proposed for the steady-state operation of an overhead wire under the same current in all sections of the line, taking into account the temperature dependence of active resistance. The results obtained by the analytical method agree well with those obtained by the method of finite differences. The boundary conditions at the beginning and at the end of the line were established to affect the line temperature only within a few meters. At the same time, despite the slight increase in the degree of this effect at an increase in the current due to the temperature dependence of heat emission, it remains small up to emergency level currents. Therefore, the calculations of the line thermal mode require no high accuracy in setting boundary conditions. A line with a uniformly distributed load demonstrates differing results at large current variations along the wire length. Thus, the absolute error of the analytical solution (compared to the finite difference method) for the maximum temperature equals 77.9°C, while the relative error for losses equals 10%. The same errors in temperature calculations for an infinitely long wire in terms of the length function comprise 2.5°C and 0.1%, respectively. Therefore, despite the high thermal conductivity of a metal, a model with a zero thermal conductivity along the wire axis gives more accurate results as compared to a model with an infinitely high thermal conductivity. The obtained results are applicable when clarifying the total loss of active power, as well as for estimating the line capacity according to the maximum permissible temperature, which depends on the type of wires and comprises 70 and 90°C for uninsulated steel-aluminum and self-supporting insulated wires, respectively.

Keywords: power losses, wire temperature, axial heat transfer, heat transfer equation, thermal length scale, finite difference method

For citation: Trotsenko V. M., Girshin S. S., Petrova E. V., Sidorov O. A., Rumyantseva E. V., Zhilenko E. P., Goryunov V. N. Mathematical model of the thermal mode of overhead power lines considering temperature variations along the line length. *iPolytech Journal*. 2022;26(3):519-531. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2022-3-519-531>.

ВВЕДЕНИЕ

С ростом потребления электроэнергии все более важным становится внедрение энергосберегающих методов и технологий передачи энергии. Введение мероприятий по повышению энергоэффективности в значительной мере зависит от точности расчета потерь энергии, которая может быть повышена на основе использования математических моделей с учетом таких факторов, как температурная зависимость активного сопро-

тивления, скорость ветра, тепловое излучение, солнечная радиация. Учет приведенных выше факторов сводится к расчету температуры токоведущих частей элементов сети, в частности, линий электропередачи. На данный момент существует множество математических моделей для нахождения температуры проводов, как в стационарном, так и в нестационарном режиме. В ряде современных отечественных и зарубежных публикаций рассматриваются вопросы повышения точ-

ности расчета потерь активной мощности с учетом температуры в стационарном режиме для неизолированных [1–5] и изолированных [1, 6, 7] проводов. В работе [8] исследованы методы и средства снижения потерь электроэнергии в сетях 0,4–110 кВ, проведен их сравнительный анализ, а также методы нормирования потерь. Статья [9] посвящена расчету тепловых потерь по техническим брошюрам стандарта CIGRE 207⁸, где обсуждается важность учета метеорологических условий, а в статье [10] производится расчет тепловых потерь для нестационарного режима провода с учетом климатических условий. Полученные результаты сравниваются с ограничениями мощности в летний и зимний периоды, производится сравнение двух стандартов CIGRE 601 и CIGRE 207. В публикациях [11–17] рассматриваются вопросы статической и динамической оценки теплового режима линии при изменении погодных условий в реальном времени.

Однако все используемые в настоящее время модели теплового режима линии основаны на допущении, что передача тепла внутри провода осуществляется только перпендикулярно его оси (радиальный тепловой поток). В действительности в линиях переменного тока величина электрического тока существенно меняется по длине, что приводит к передаче тепла также и вдоль оси провода (осевой поток тепла). В статье предложена математическая модель температурного режима провода, учитывающая как ради-

альную, так и осевую передачу тепла. Анализ распределения температуры по длине линии позволяет не только уточнить потери энергии, но и оценить пропускную способность линии (максимум температуры) с учетом осевой передачи тепла.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Уравнение теплопроводности неизолированного провода для осевой передачи тепла. Рассмотрим участок провода бесконечно малой длины dx (рис. 1). Уравнение теплового баланса этого участка имеет вид:

$$\begin{aligned} Q'_x + dQ_{\text{выд}} + dQ_{\text{солн}} = \\ = Q''_x + dQ_{\text{конв}} + dQ_{\text{изл}} + dW, \end{aligned} \quad (1)$$

где Q'_x – входящий осевой поток тепла (количество теплоты, входящее в выделенный участок провода слева вдоль оси x в единицу времени), Вт; Q''_x – исходящий осевой поток тепла, Вт; $dQ_{\text{выд}}$ – мощность тепловыделения внутри участка провода; $dQ_{\text{солн}}$ – количество теплоты, получаемое участком провода в единицу времени путем солнечной радиации; $dQ_{\text{конв}}$ и $dQ_{\text{изл}}$ – количества теплоты, отводимые от поверхности участка провода в единицу времени путем конвекции и излучения; dW – изменение внутренней энергии участка провода в единицу времени.

Используем приближение тонкого стержня^{9,10} [18, 19]. Это означает, что радиальное

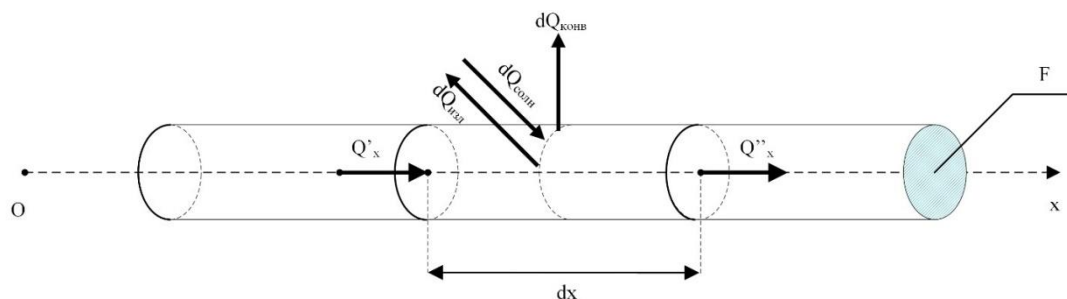


Рис. 1. Тепловой баланс участка провода
 Fig. 1. Thermal balance of the wire section

⁸CIGRE 207. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.coipsi.com/2020/10/30/cigre-207-august-2002/> (22.03.2021).

⁹Араманович И. Г., Левин В. И. Уравнения математической физики: учеб. пособ. М.: Изд-во «Наука», 1969. 288 с.

¹⁰Идельчик В. И. Электрические системы и сети: учеб. для вузов. М.: Изд-во «Энергоатомиздат», 1989. 592 с.

изменение температуры в проводе пренебрежимо мало. Тогда на основании законов Фурье, Джоуля-Ленца, Ньютона-Рихмана и Стефана-Больцмана можно записать следующие выражения:

$$Q'_x = -\lambda F \frac{\partial \Theta}{\partial x}; \quad (2)$$

$$Q''_x = -\lambda F \frac{\partial \Theta}{\partial x}; \quad (3)$$

$$dQ_{\text{выд}} = I^2 r_0 (1 + \alpha \Theta) dx; \quad (4)$$

$$dQ_{\text{конв}} = 2\pi r \alpha_m (\Theta - \Theta_{\text{окр}}) dx; \quad (5)$$

$$dQ_{\text{изл}} = 2\pi r \varepsilon_n C_0 (T^4 - T_{\text{окр}}^4) dx, \quad (6)$$

где λ – коэффициент теплопроводности провода, Вт/(м·°C); F и r – сечение и радиус провода, мм² и мм, соответственно; Θ и $\Theta_{\text{окр}}$ – температуры провода и окружающей среды, °C; I – сила электрического тока, А; r_0 – погонное активное сопротивление провода при 0°C, Ом/км; α – температурный коэффициент сопротивления, 1/°C; α_m – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м·°C); ε_n – степень черноты поверхности провода; $C_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – постоянная излучения абсолютно черного тела; T и $T_{\text{окр}}$ – абсолютные температуры провода и окружающей среды, К. Штрих и два штриха в правых частях формул (2) и (3) обозначают производную температуры, соответственно, на левой и правой границах участка провода.

Перейдем в уравнении (1) от дифференциалов к производным. Тогда с использованием выражений (2)–(6) получим:

$$\begin{aligned} \lambda F \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + I^2 (x) r_0 (1 + \alpha \Theta) + \frac{\partial Q_{\text{солн}}}{\partial x} = \\ = 2\pi r \alpha_m (\Theta - \Theta_{\text{окр}}) + \\ + 2\pi r \varepsilon_n C_0 (T^4 - T_{\text{окр}}^4) + C_n \frac{\partial \Theta}{\partial t}, \end{aligned} \quad (7)$$

где C_n – погонная теплоемкость провода (теплоемкость на единицу длины), Дж/(м·°C); t – время, с.

Уравнение (7) представляет собой уравнение теплопроводности неизолированного провода для осевой передачи тепла. По сути оно представляет собой частный случай уравнения теплопроводности тонкого стержня, рассмотренного в¹⁰ [18, 19] и других источниках. Специфика уравнения (7) состоит в том, что в нем конкретизированы способы охлаждения провода и учтена зависимость тепловыделения от температуры, обусловленная температурной зависимостью электрического сопротивления. Кроме того, ток в проводе записан как функция координаты.

Ниже будет рассмотрен только установившийся режим провода, когда последнее слагаемое в правой части (7) равно нулю. В этом случае уравнение (7) будет представлять собой обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, которое может быть решено только численными методами. Однако представляет интерес также приближенное аналитическое решение, удобное для оценки пространственных масштабов изменения температуры и влияния граничных условий на ее распределение. Для получения этого решения примем $I(x) = \text{const}$ и введем коэффициент теплопередачи a_{mn} , позволяющий учесть конвекцию и излучение в одинаковой форме:

$$a_{mn} = \alpha_m + \varepsilon_n C_0 \frac{T^4 - T_{\text{окр}}^4}{\Theta - \Theta_{\text{окр}}}. \quad (8)$$

Кроме того, чтобы избежать излишней громоздкости выражений, не будем учитывать солнечную радиацию. При этих упрощениях уравнение теплопроводности примет следующий вид:

$$\lambda F \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + I^2 r_0 (1 + \alpha \Theta) = 2\pi r a_{mn} (\Theta - \Theta_{\text{окр}}). \quad (9)$$

Согласно формуле (8), коэффициент теплопередачи зависит от температуры. Однако чтобы получить аналитическое решение, требуется приближенно принять $a_{mn} = \text{const}$.

Для этого можно подставить в формулу (8) некоторые фиксированные температуры, соответствующие реальным условиям эксплуатации линии электропередачи. Альтернативный способ состоит в том, чтобы рассчитать коэффициент теплопередачи через параметры какого-либо известного температурного режима. В качестве такого режима удобно использовать режим максимально допустимого тока $I_{доп}$, при котором провод нагревается до максимально допустимой температуры $\Theta_{доп}$ (при отсутствии осевой передачи тепла). Подставив параметры этого режима в уравнение (9) и разрешив его относительно $a_{мп}$, получим расчетное выражение:

$$a_{мп} = \frac{I_{доп}^2 r_0 (1 + \alpha \Theta_{доп})}{2\pi r (\Theta_{доп} - \Theta_{окр})}. \quad (10)$$

Приближенное аналитическое решение уравнения теплопроводности неизолированного провода. Применяя к уравнению (9) метод вариации произвольных постоянных, получим его решение в виде:

$$\begin{aligned} \Theta(x) &= C'e^{x/L_T} + C''e^{-x/L_T} + \Theta_\delta = \\ &= C'e^{x/L_T} e^{-\frac{L-x}{L_T}} + C''e^{-x/L_T} + \Theta_\delta, \end{aligned} \quad (11)$$

где C' и C'' – постоянные интегрирования; L_T – тепловой масштаб длины, м; Θ_δ – температура неограниченно длинного провода (частное решение уравнения (9) при $\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = 0$), °C; L – длина линии, м.

Параметры L_T и Θ_δ определяются по формулам:

$$L_T = \sqrt{\frac{\lambda F}{2\pi r a_{мп} - I^2 r_0 \alpha}}; \quad (12)$$

$$\Theta_\delta = \frac{I^2 r_0 + 2\pi r a_{мп} \Theta_{окр}}{2\pi r a_{мп} - I^2 r_0 \alpha}. \quad (13)$$

Параметр Θ_δ в формуле (11) представ-

ляет собой постоянную величину. Ниже, при анализе результатов численных расчетов, используется аналогичный параметр, но уже как функция длины. В связи с этим его обозначение изменено на $\Theta_{\delta, \text{var}}$.

Для нахождения постоянных интегрирования зададим граничные условия в форме температур в начале и в конце линии $\Theta_{\varepsilon 1} = \Theta(0)$ и $\Theta_{\varepsilon 2} = \Theta(L)$. Тогда

$$C' = \frac{\Theta_{\varepsilon 2} - \Theta_\delta - (\Theta_{\varepsilon 1} - \Theta_\delta) e^{-L/L_T}}{e^{L/L_T} - e^{-L/L_T}}; \quad (14)$$

$$C'' = \frac{\Theta_\delta - \Theta_{\varepsilon 2} - (\Theta_\delta - \Theta_{\varepsilon 1}) e^{L/L_T}}{e^{L/L_T} - e^{-L/L_T}}. \quad (15)$$

Введем обозначения $C_1 = C'e^{L/L_T}$, $C_2 = C''$. Тогда, разделив числитель и знаменатель в формулах (14) и (15) на e^{L/L_T} , запишем решение уравнения (9) и постоянные интегрирования в виде:

$$\Theta(x) = C_1 e^{-\frac{L-x}{L_T}} + C_2 e^{-x/L_T} + \Theta_\delta; \quad (16)$$

$$C_1 = \frac{\Theta_{\varepsilon 2} - \Theta_\delta - (\Theta_{\varepsilon 1} - \Theta_\delta) e^{-L/L_T}}{1 - e^{-2L/L_T}}; \quad (17)$$

$$C_2 = \frac{\Theta_{\varepsilon 1} - \Theta_\delta - (\Theta_{\varepsilon 2} - \Theta_\delta) e^{-L/L_T}}{1 - e^{-2L/L_T}}. \quad (18)$$

При $L \gg L_T$ формулы (16)–(18) преобразуются к приближенному выражению:

$$\begin{aligned} \Theta(x) &\approx (\Theta_{\varepsilon 2} - \Theta_\delta) e^{-\frac{L-x}{L_T}} + \\ &+ (\Theta_{\varepsilon 1} - \Theta_\delta) e^{-x/L_T} + \Theta_\delta. \end{aligned} \quad (19)$$

Из формулы (19) видно, что при $L \gg L_T$ величина L_T имеет четкий физический смысл: тепловой масштаб длины – это расстояние,

при перемещении на которое от начала (конца) к середине линии разность между температурой в начале (конце) линии и температурой неограниченно длинного провода уменьшается в e раз.

Тепловой масштаб длины определяет степень влияния граничных условий на среднюю и максимальную температуры провода. Если выполняются условия:

$$\Theta_{\partial} > \Theta_{\varepsilon 1} \text{ и } \Theta_{\partial} > \Theta_{\varepsilon 2}, \quad (20)$$

то граничные условия на среднюю температуру будут влиять сильнее, чем на максимальную.

Интегрируя (16) с учетом (17) и (18), можно получить следующее выражение для средней температуры провода:

$$\Theta_{cp} = \Theta_{\partial} + (\Theta_{\varepsilon 1} + \Theta_{\varepsilon 2} - 2\Theta_{\partial}) \frac{L_T}{L} \frac{\left(1 - e^{-L/L_T}\right)^2}{1 - e^{-2L/L_T}}. \quad (21)$$

Дифференцируя (16) по x и приравняв производную к нулю, можно получить выражение для координаты x_0 , при котором температура переходит через экстремум:

$$x_0 = \frac{1}{2} \left[L + L_T \ln \left(\frac{\Theta_{\varepsilon 1} - \Theta_{\partial} - (\Theta_{\varepsilon 2} - \Theta_{\partial}) e^{-L/L_T}}{\Theta_{\varepsilon 2} - \Theta_{\partial} - (\Theta_{\varepsilon 1} - \Theta_{\partial}) e^{-L/L_T}} \right) \right]. \quad (22)$$

Если выполняются условия (20), то экстремум представляет собой точку максимума. Тогда максимальная температура провода $\Theta_{\max} = \Theta(x_0)$. В противном случае максимальная температура будет равна наибольшему из значений $\Theta_{\varepsilon 1}$, $\Theta_{\varepsilon 2}$.

Будем считать влияние граничных условий на среднюю температуру несущественным, если $|\Theta_{cp} - \Theta_{\partial}| \leq 1^\circ\text{C}$. Соответствующее значение $L^* = L/L_T$ можно найти из уравнения:

$$L^* \frac{1 - e^{-2L^*}}{(1 - e^{-L^*})^2} = |\Theta_{\varepsilon 1} + \Theta_{\varepsilon 2} - 2\Theta_{\partial}|. \quad (23)$$

При $L^* > 6$ о.е. дробь в левой части (23) отличается от единицы менее чем на 1%. В результате уравнение (23) преобразуется к простому численному соотношению вида:

$$L^* = |\Theta_{\varepsilon 1} + \Theta_{\varepsilon 2} - 2\Theta_{\partial}|. \quad (24)$$

Для проводов стандартных конструкций температура Θ_{∂} в длительных режимах может достигать 90°C , а для проводов нового поколения – до 250°C . Для наибольшего контраста с этими значениями примем заведомо низкие граничные температуры $\Theta_{\varepsilon 1} = \Theta_{\varepsilon 2} = -20^\circ\text{C}$. При этих условиях для проводов стандартных конструкций получим $L^* = 220$ о.е., а для проводов нового поколения – $L^* = 540$ о.е.

Таким образом, если длина линии превышает $(200...500)L_T$, то граничные условия перестают влиять на ее температурный режим.

Из формулы (12) следует, что тепловой масштаб длины зависит прежде всего от сечения линии и протекающего тока. На рис. 2 приведены зависимости $L_T(I)$ для проводов марок АС и G(Z)TACSR различных сечений. При токах ниже допустимого кривые показаны сплошными линиями, а выше допустимого – штриховыми. Зависимости построены при следующих параметрах: температурный коэффициент сопротивления $\alpha = 0,00403$ $1/^\circ\text{C}$; коэффициент теплопроводности $\lambda = 237$ Вт/(м· $^\circ\text{C}$); температура окружающей среды, к которой приведены допустимые токи (формула (10)), $+25^\circ\text{C}$; фактическая температура окружающей среды (формула (13)) -20°C ; граничные условия $\Theta_{\varepsilon 1} = \Theta_{\varepsilon 2} = -20^\circ\text{C}$. Параметры проводов приведены в табл. 1.

Видно, что при изменении тока от нуля до $I_{доп}$ тепловой масштаб длины меняется незначительно и для всех рассмотренных сечений остается в пределах 10...30 см. Это значит, что если длина линии превышает 150 м и выполняются условия (20), то при токах не выше допустимого граничные условия не влияют на тепловой режим линии. Указанное значение длины относится прежде всего к линиям повышенной пропускной способности. У стандартных линий оно еще ниже.

Таблица 1. Параметры проводов
 Table 1. Wire parameters

Наименование и обозначение параметра	АС*-35/6,2	АС-70/11	АС-150/19	АС-240/32	АС-400/51	G(Z)TACSR**-240	СИП***-2 3х95+1х95
Погонное активное сопротивление при 0 °С r_0 , Ом/км	0,719	0,3903	0,1893	0,1094	0,06783	0,1101	0,3016
Сечение токоведущей части провода F , мм ²	35	70	150	240	400	248,4	95
Радиус металлической части провода r , мм	4,2	5,7	8,4	10,8	13,8	10,3	5,5
Допустимый ток $I_{доп}$, А	175	265	450	605	825	1190	300
Допустимая температура $\Theta_{доп}$, °С	70					210	90

*АС – провод неизолированный сталеалюминиевый / AS – non-insulated steel-aluminum wire;

**G(Z)TACSR – провод неизолированный для высоковольтных линий электропередачи термостойкий со стальным сердечником и с зазором / G(Z)TACSR – non-insulated heat-resistant wire with a steel core and a gap for high-voltage power lines;

***СИП – самонесущий изолированный провод / SSIW – self-supporting insulated wire

При сверхдопустимых токах рост теплового масштаба длины ускоряется. Однако расчет средней температуры при таких условиях не имеет практического смысла. Поэтому тепловой режим определяется максимальной температурой. Влияние граничных условий на максимум температуры примерно на порядок меньше, чем на среднюю температуру. Поэтому при сверхдопустимых, но не аварийных токах влияние граничных условий на тепловой режим с практической точки зрения проявляется еще на меньших длинах, чем при токах ниже допустимого.

Неограниченный рост теплового масштаба длины начинается только при токах аварийного уровня.

Примеры численного решения уравнения теплопроводности с учетом изменения тока по длине. Наличие у линий емкостной проводимости приводит к тому, что ток в линии непрерывно изменяется по длине. Это приводит к возникновению осевых градиентов температуры не только вблизи границ, но и на всех внутренних участках линии. На рис. 3 приведены результаты численного решения уравнения теплопроводности (9) методом конечных разностей (МКР) для линии АС-240/32 напряжением 220 кВ и длиной 75 км при граничных условиях $\Theta_{e1} = \Theta_{e2} = +30^\circ\text{C}$ и температуре окружающей среды $\Theta_{окр} = -20^\circ\text{C}$. Изменение тока задано функцией:

$$i(x) = i_2 \operatorname{ch}(\gamma x) + \frac{\dot{U}_2}{\sqrt{3}Z_c} \operatorname{sh}(\gamma x), \quad (25)$$

где i_2, \dot{U}_2 – ток и напряжение в конце линии, кА и кВ, соответственно; $\gamma = 0,0001345 + j0,001074$ – коэффициент распространения электромагнитной волны, 1/км; $Z_c = 406,78 - j50,935$ – волновое сопротивление, Ом.

Нагрузки в конце линии $P = 240$ МВт, $Q = 175$ МВ·Ар. Ток возрастает от 839,6 А в начале линии, до 855,6 А – в конце.

На рис. 3 приведена зависимость $\Theta_{\partial, \text{var}}(x)$, построенная по формуле (13), а также результаты аналитического решения (16) для среднеквадратичного тока, равного 848,1 А. Среднеквадратичный ток был рассчитан путем интегрирования (25):

$$I_{\text{ск}} = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L i^2(x) dx}. \quad (26)$$

Причиной изменения тока по длине линии может быть также подключение промежуточных нагрузок. При большом числе таких подключений для линии может быть использована модель равномерно распределенной нагрузки [20]. На рис. 4 приведен пример численного решения уравнения теплопроводности для линии СИП-2 3х95+1х95 длиной 200 м и напряжением 380 В при-

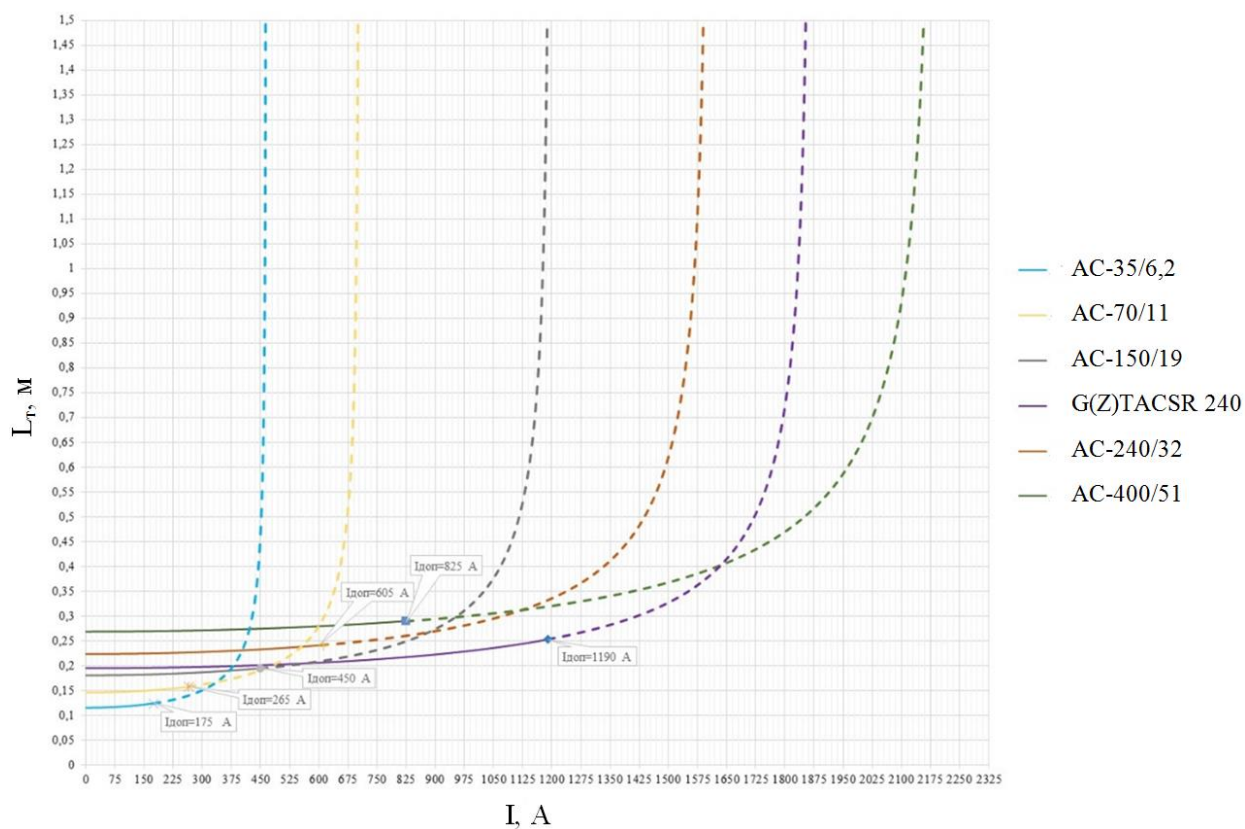


Рис. 2. Зависимости теплового масштаба длины от тока нагрузки
Fig. 2. Thermal scale of the length vs load current

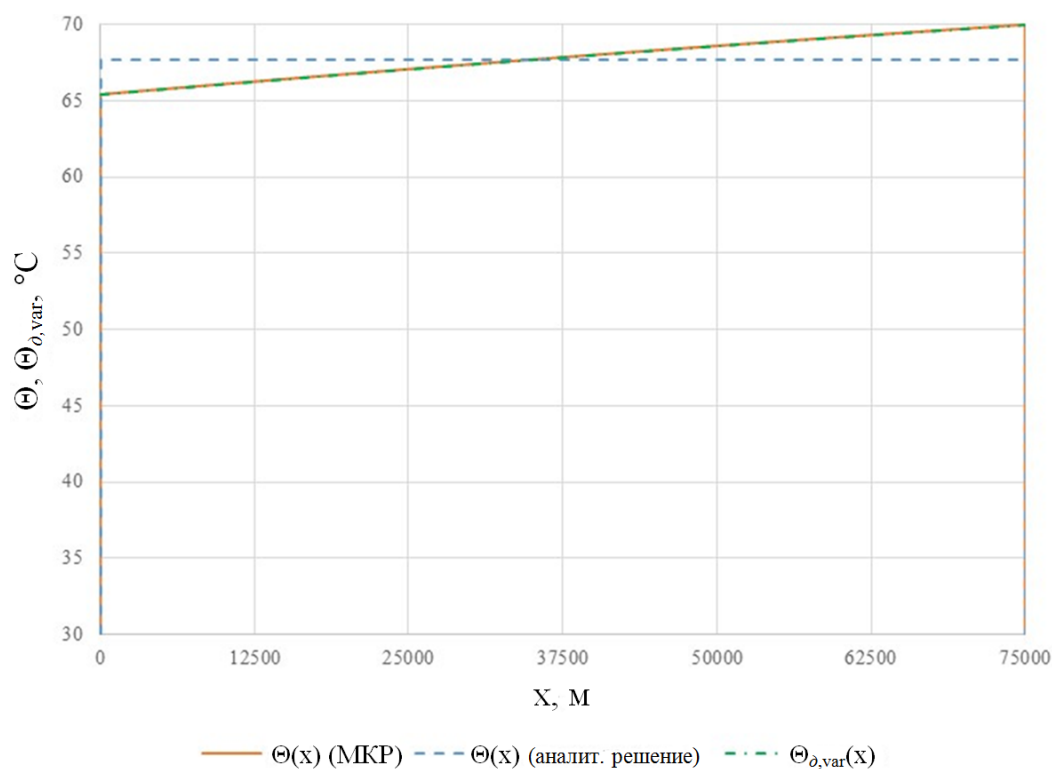


Рис. 3. Распределение температуры провода по длине линии для АС-240
Fig. 3. Wire temperature distribution along the line length for AS-240

граничных условиях $\Theta_{\partial 1} = \Theta_{\partial 2} = -20^{\circ}\text{C}$ и температуре окружающей среды $\Theta_{\text{окр}} = -20^{\circ}\text{C}$ (параметры провода приведены в табл. 1). За счет присоединения промежуточных электроприемников ток возрастает от 20 А в конце линии, до 390 А – в начале. Среднеквадратичный ток равен 231,16 А. Поскольку коэффициент теплопроводности изоляции на 2-3 порядка меньше коэффициента теплопроводности алюминия, то при расчете было принято допущение, что изоляция не участвует в передаче тепла вдоль линии.

В табл. 2 представлены результаты расчета максимальной температуры Θ_{max} и потерь активной мощности в линии ΔP для случаев, соответствующих рис. 3 и рис. 4.

Расчеты на основе аналитического решения при среднеквадратичном токе предполагают, что осевые потоки тепла в линии, за исключением ее границ, отсутствуют. Причиной этого является равномерное распределение тепловыделения. Однако тот же результат (без учета границ линии) может быть получен и для реального распределения тепловыделения, но при бесконечно большой теплопроводности.

Расчеты по зависимости $\Theta_{\partial, \text{var}}(x)$ также предполагают отсутствие осевых потоков тепла, но по противоположной причине: зависимость $\Theta_{\partial, \text{var}}(x)$ соответствует бесконечно малой теплопроводности линии.

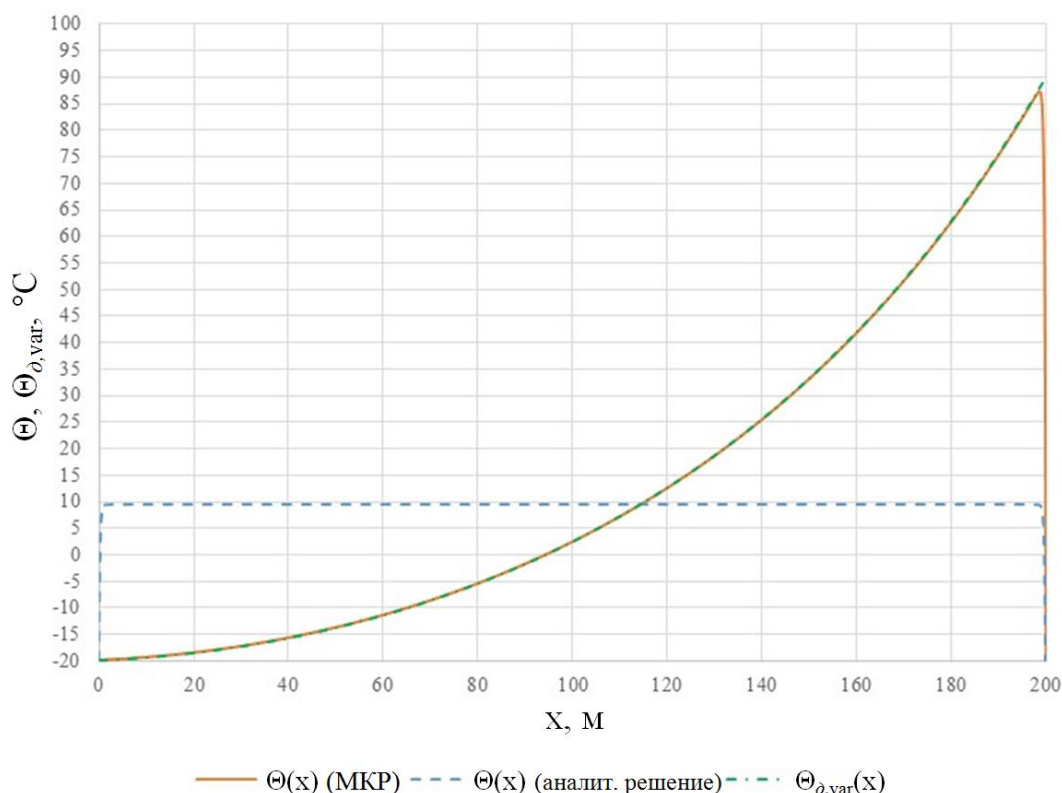


Рис. 4. Распределение температуры провода по длине линии для СИП-2 3х95+1х95
 Fig. 4. Wire temperature distribution along the line length for a self-supporting insulated wire SSIW-2 3x95+1x95

Таблица 2. Максимальные температуры и потери активной мощности в линиях
 Table 2. Maximum temperatures and active power losses in lines

Марка провода	Аналитическое решение при среднеквадратичном токе		Метод конечных разностей		По зависимости $\Theta_{\partial, \text{var}}(x)$	
	$\Theta_{\text{max}}, ^{\circ}\text{C}$	$\Delta P, \text{кВт}$	$\Theta_{\text{max}}, ^{\circ}\text{C}$	$\Delta P, \text{кВт}$	$\Theta_{\text{max}}, ^{\circ}\text{C}$	$\Delta P, \text{кВт}$
АС-240/32	67,8	22540	70	22540	70	22540
СИП-2 3х95+1х95	9,4	10,03	87,3	11,15	89,8	11,16

В действительности при фактическом коэффициенте теплопроводности и неравномерном распределении тока (тепловыделения) реализуется промежуточный вариант, рассчитанный методом конечных разностей. Из табл. 2 видно, что для линии АС-240/32 при изменении тока, обусловленном влиянием емкости линии, потери мощности при расчете всеми тремя способами получились одинаковыми. Это объясняется сравнительно небольшим изменением тока по длине. Максимальные температуры различаются, но не очень существенно.

В линии с равномерно распределенной нагрузкой при большом изменении тока по длине аналитическое решение, метод конечных разностей и расчет по зависимости $\Theta_{\partial, var}(x)$ дают существенно отличающиеся результаты. Особенно большие погрешности (по сравнению с методом конечных разностей) дает аналитическое решение: абсолютная погрешность по максимальной температуре составляет $77,9^{\circ}\text{C}$, а относительная погрешность по потерям равна 10%. Аналогичные погрешности расчета по зависимости $\Theta_{\partial, var}(x)$ значительно меньше: $2,5^{\circ}\text{C}$ и 0,1%. Следовательно, несмотря на высокую теплопроводность металла, модель с нулевой теплопроводностью по оси провода дает наиболее точные результаты, чем модель с бесконечно большой теплопроводностью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Результаты моделирования процессов распространения тепла по оси проводов линий электропередачи показали, что граничные условия в начале и в конце линии оказы-

вают влияние на ее температуру лишь в пределах нескольких метров. Степень этого влияния несколько возрастает с увеличением тока вследствие температурной зависимости тепловыделения, но остается малой вплоть до токов аварийного уровня.

2. Потери активной мощности, определяемые с учетом температурной зависимости сопротивления, определяются совокупностью температур во всех точках линии, в том числе на ее границах. Поэтому влияние граничных условий на потери проявляется при большей протяженности линий – до 150 м.

3. В реальных условиях ток изменяется по длине линии под влиянием емкостной проводимости и при подключении промежуточных нагрузок. Точный расчет температурного режима линии с учетом изменения тока по длине возможен только на основе численного решения уравнения теплопроводности.

4. Результаты численных расчетов показали, что пропускная способность линии по нагреву определяется не осредненным по длине током, а точечным максимумом тока в линии. Температура в линии под влиянием осевых потоков тепла почти не выравнивается, несмотря на высокую теплопроводность металла.

5. Потери активной мощности по этой же причине определяются не средней температурой линии, а совокупностью значений температур и токов в разных точках линии. Однако если ток меняется только под действием емкостной проводимости, то влияние этого изменения на потери оказывается несущественным, и потери активной мощности можно рассчитывать через среднеквадратичный ток.

Список источников

1. Гиршин С. С., Троценко В. М., Горюнов В. Н., Кропотин О. В., Шепелев А. О., Ткаченко В. А., Упрощенная формула для нагрузочных потерь активной мощности в линиях электропередачи с учетом температуры // Омский научный вестник. 2018. № 6. С. 41–49. <https://doi.org/10.25206/1813-8225-2018-162-41-49>.
2. Воротницкий В. Э., Туркина О. В. Оценка погрешностей расчета переменных потерь электроэнергии в ВЛ из-за неучета метеоусловий // Электрические станции. 2008. № 10. С. 42–49.
3. Гиршин С. С., Шепелев А. О. Разработка усовершен-

- ствованных методов расчета установившихся режимов электроэнергетических систем с учетом температурной зависимости активных сопротивлений ВЛ // Электрические станции. 2019. № 11. С. 44–54.
4. Зарудский Г. К., Шведов Г. В., Азаров А. Н., Самалюк Ю. С. Оценка влияния метеорологических условий на активное сопротивление проводов воздушных линий электропередачи // Вестник Московского энергетического института. 2014. № 3. С. 35–39.
5. Баламетов А. Б., Халилов Э. Д. Моделирование режимов электрических сетей на основе уравнений

установившегося режима и теплового баланса // Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. 2020. Т. 63. № 1. С. 66–80. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-1-66-80>.

6. Girshin S. S., Bubenichikov A. A., Bubenichikova T. V., Goryunov V. N., Osipov D. S. Mathematical model of electric energy losses calculating in crosslinked four-wire polyethylene insulated (XLPE) aerial bundled cables // Elektro: Proceedings Conferences (Strbske Pleso, 16–18 May 2016). Strbske Pleso: IEEE, 2016. P. 294–298. <https://doi.org/10.1109/ELEKTRO.2016.7512084>.

7. Bigun A. A. Y., Girshin S. S., Goryunov V. N., Shepelev A. O., Prus S. Yu., Tkachenko V. A. Assessment of climatic factors influence on the time to reach maximum wire temperature of overhead power lines // Przegląd Elektrotechniczny. 2020. No. 96. P. 39–42. <https://doi.org/10.15199/48.2020.08.08>.

8. Воротницкий В. Э., Могиленко А. В. Снижение потерь электроэнергии в распределительных электрических сетях сравнительный анализ зарубежного и отечественного опыта. Часть 1. Структура потерь. Сравнительный анализ динамики потерь в электрических сетях различных стран. Регуляторные мероприятия по снижению потерь // Библиотека электротехника (Приложение к журналу «Энергетик»). 2021. № 4-5. С. 1–144. <https://doi.org/10.34831/EP.2021.268.4.001>.

9. Urbanský J., Špes M., Beňa L., Pál D. Determination of overhead power lines ampacity based on CIGRE 207 brochure // Elektroenergetika: Proceedings the 10th International Scientific Symposium (Stará Lesná, 16–18 September). Stará Lesná, 2019. P. 474–478. <https://doi.org/10.1109/EPE.2019.8778173>.

10. Kanalik M., Margitova A., Beňa L. Temperature calculation of overhead power line conductors based on CIGRE technical brochure 601 in Slovakia // Electrical Engineering. 2019. Vol. 101. Iss. 3. P. 921–933. <https://doi.org/10.1007/s00202-019-00831-8>.

11. Albizu I., Fernandez E., Alberdi R., Bedialauneta M. T., Mazon A. J. Adaptive static line rating for systems with HTLS conductors // IEEE Transactions on Power Delivery. 2018. Vol. 33. Iss. 6. P. 2849–2855. <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2018.2855805>.

12. Alvarez D. L., Da Silva F. F., Bak C. L., Mombello E. E., Rosero J. A., Olason D. L. Methodology to assess phasor measurement unit in the estimation of dynamic line rating // IET Generation, Transmission & Distribution. 2018. No. 12.

P. 3820–3828. <https://doi.org/10.1049/iet-gtd.2017.0661>.

13. Maksić M., Djurica V., Souvent A., Slak J., Depolli M., Kosec G. Cooling of overhead power lines due to the natural convection // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 2019. Vol. 113. P. 333–343. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.05.005>.

14. Sun Xiaorong, Jin Chenhao. Spatio-temporal weather model-based probabilistic forecasting of dynamic thermal rating for overhead transmission lines // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 2022. Vol. 134. P. 107347. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2021.107347>.

15. Talpur S., Lie T. T., Zamora R. Non-steady state electro-thermally coupled weather-dependent power flow technique for a geographically-traversed overhead-line capacity improvement // Electric Power Systems Research. 2019. Vol. 177. P. 106017. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2019.106017>.

16. Abboud A. W., Gentle J. P., Mcjunkin T. R., Lehmer J. P. Using computational fluid dynamics of wind simulations coupled with weather data to calculate dynamic line ratings // IEEE Transactions on Power Delivery. 2020. Vol. 35. Iss. 2. P. 745–753. <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2019.2925520>.

17. Douglass D. A., Gentle J., Nguyen H.-M., Chisholm W., Xu Charles, Goodwin T., et al. A review of dynamic thermal line rating methods with forecasting // IEEE Transactions on Power Delivery. 2019. Vol. 34. Iss. 6. P. 2100–2109. <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2019.2932054>.

18. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел / пер. с англ. А.А. Померанцева. М.: Изд-во «Наука», 1964. 488 с.

19. Гиршин С. С., Андреева Е. Г., Хацевский К. В., Троценко В. М., Мельников Н. А., Петрова Е. В., Горюнов В. Н. Управление мощностью регулируемых конденсаторов в электрических сетях по критерию минимума потерь энергии // iPolytech Journal. 2021. Т. 25. № 6. С. 741–752. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2021-6-741-752>.

20. Girshin S. S., Bigun A. Ay., Ivanova E. V., Petrova E. V., Goryunov V. N., Shepelev A. O. The grid element temperature considering when selecting measures to reduce energy losses on the example of reactive power compensation // Przegląd Elektrotechniczny. 2018. Vol. 94. No. 8. P. 101–104. <https://doi.org/10.15199/48.2018.08.24>.

References

1. Goryunov V. N., Kropotin O. V., Shepelev A. O., Tkachenko V. A., Girshin S. S., Trotsenko V. M. Simplified formulae for active power load losses in power transmission lines taking into account temperature. *Omskii nauchnyi vestnik = Omsk Scientific Bulletin*. 2018;6:41-49. (In Russ.).
2. Vorotnickij V. E., Turkina O. V. Estimation of errors in overhead line power variable losses calculation due to failure to take into account weather conditions. *Elektricheskie stantsii = Power Technology and Engineering*. 2008;10:42-49. (In Russ.).

3. Girshin S. S., Shepelev A. O. Development of improved methods for calculating steady-state modes of power systems taking into account the temperature dependence of the active resistances of overhead transmission lines. *Elektricheskie stantsii = Power Technology and Engineering*. 2019;11:44-54. (In Russ.).
4. Zarudskiy G. K., Shvedov G. V., Azarov A. N., Samalyuk Yu. S. Evaluation of influence of meteorological factors on ohmic resistance of conductors of overhead power

transmission line. *Vestnik Moskovskogo energeticheskogo instituta = Bulletin of Moscow Power Engineering Institute*. 2014;3:35-39. (In Russ.)

5. Balametov A. B., Halilov E. D. Simulation of electric networks modes using steady-state and heat balance equations. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij i energeticheskikh ob'edinenij SNG. Energetika = Energetika. Proceedings of CIS higher education institutions and power engineering associations*. 2020;63;1:66-80. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-1-66-80>. (In Russ.).

6. Girshin S. S., Bubenchikov A. A., Bubenchikova T. V., Goryunov V. N., Osipov D. S. Mathematical model of electric energy losses calculating in crosslinked four-wire polyethylene insulated (XLPE) aerial bundled cables. In: *Elektro: Proceedings Conferences*. 16–18 May 2016, Strbske Pleso. Strbske Pleso: IEEE; 2016, p. 294-298. <https://doi.org/10.1109/ELEKTRO.2016.7512084>.

7. Bigun A. A. Y., Girshin S. S., Goryunov V. N., Shepelev A. O., Prus S. Yu., Tkachenko V. A. Assessment of climatic factors influence on the time to reach maximum wire temperature of overhead power lines. *Przeglad Elektrotechniczny*. 2020;96:39-42. <https://doi.org/10.15199/48.2020.08.08>.

8. Vorotnitskij V. E., Mogilenko A. V. Reducing power losses in distribution electrical networks: a comparative analysis of foreign and domestic experience. Part 1. Structure of losses. Comparative analysis of loss dynamics in electric networks of various countries. Regulatory measures to reduce losses. *Bibliotekha elektrotehnika (Prilozhenie k zhurnalu «Energetik»)*. 2021;4-5:1-144. <https://doi.org/10.34831/EP.2021.268.4.001>. (In Russ.).

9. Urbanský J., Špes M., Beňa L., Pál D. Determination of overhead power lines ampacity based on CIGRE 207 brochure. In: *Elektroenergetika: Proceedings the 10th International Scientific Symposium*. 16–18 September, Stará Lesná. Stará Lesná; 2019, p. 474-478. <https://doi.org/10.1109/EPE.2019.8778173>.

10. Kanalik M., Margitova A., Beňa L. Temperature calculation of overhead power line conductors based on CIGRE technical brochure 601 in Slovakia. *Electrical Engineering*. 2019;101(3):921-933. <https://doi.org/10.1007/s00202-019-00831-8>.

11. Albizu I., Fernandez E., Alberdi R., Bedialauneta M. T., Mazon A. J. Adaptive static line rating for systems with HTLS conductors. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2018;33(6):2849-2855. <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2018.2855805>.

12. Alvarez D. L., Da Silva F. F., Bak C. L., Mombello E.

E., Rosero J. A., Olason D. L. Methodology to assess phasor measurement unit in the estimation of dynamic line rating. *IET Generation, Transmission & Distribution*. 2018;12:3820-3828. <https://doi.org/10.1049/iet-gtd.2017.0661>.

13. Maksić M., Djurica V., Souvent A., Slak J., Depolli M., Kosec G. Cooling of overhead power lines due to the natural convection. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2019;113:333-343. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.05.005>.

14. Sun Xiaorong, Jin Chenhao. Spatio-temporal weather model-based probabilistic forecasting of dynamic thermal rating for overhead transmission lines. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2022;134:107347. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2021.107347>.

15. Talpur S., Lie T. T., Zamora R. Non-steady state electro-thermally coupled weather-dependent power flow technique for a geographically-traversed overhead-line capacity improvement. *Electric Power Systems Research*. 2019;177:106017. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2019.106017>.

16. Abboud A. W., Gentle J. P., Mcjunkin T. R., Lehmer J. P. Using computational fluid dynamics of wind simulations coupled with weather data to calculate dynamic line ratings. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2020;35(2):745-753. <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2019.2925520>.

17. Douglass D. A., Gentle J., Nguyen H.-M., Chisholm W., Xu Charles, Goodwin T., et al. A review of dynamic thermal line rating methods with forecasting. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2019;34(6):2100-2109. <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2019.2932054>.

18. Carslaw H. S., Jaeger J. C. Conduction of heat in solids, 1964. 488 p. (Russ. ed.: *Teploprovodnost' tverdyh tel*, Moscow, Nauka; 1964, 488 p.)

19. Girshin S. S., Andreeva E. G., Khatsevskiy K. V., Trotsenko V. M., Melnikov N. A., Petrova E. V., Goryunov V. N. Power management of variable capacitors in electrical grid systems according to the criterion of minimum energy loss. *iPolytech Journal*. 2021;25(6):741-752. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2021-6-741-752>.

20. Girshin S. S., Bigun A. Ay., Ivanova E. V., Petrova E. V., Goryunov V. N., Shepelev A. O. The grid element temperature considering when selecting measures to reduce energy losses on the example of reactive power compensation. *Przeglad Elektrotechniczny*. 2018;94(8):101-104. <https://doi.org/10.15199/48.2018.08.24>.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Троценко Владислав Михайлович,
старший преподаватель кафедры электроснабжения
промышленных предприятий,
Энергетический институт,
Омский государственный технический университет,
644050, г. Омск, пр. Мира, 11, Россия

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Vladislav M. Trotsenko,
Senior Lecturer of the Department of Power Supply of
Industrial Enterprises,
Energy Institute,
Omsk State Technical University,
11 Mira pr., Omsk 644050, Russia

Гиршин Станислав Сергеевич,
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры электроснабжения промышленных
предприятий,
Энергетический институт,
Омский государственный технический университет,
644050, г. Омск, пр. Мира, 11, Россия

Stanislav S. Girshin,
Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor,
Associate Professor of the Department of Power Supply
of Industrial Enterprises,
Energy Institute,
Omsk State Technical University,
11 Mira pr., Omsk 644050, Russia

Петрова Елена Владимировна,
старший преподаватель кафедры электроснабжения
промышленных предприятий,
Энергетический институт,
Омский государственный технический университет,
644050, г. Омск, пр. Мира, 11, Россия

Elena V. Petrova,
Senior Lecturer of the Department of Power Supply of
Industrial Enterprises,
Energy Institute,
Omsk State Technical University,
11 Mira pr., Omsk 644050, Russia

Сидоров Олег Алексеевич,
доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры электроснабжения
железнодорожного транспорта,
Омский государственный университет путей
сообщений,
644046, г. Омск, пр. Маркса, 35, Россия

Oleg A. Sidorov,
Dr. Sci. (Eng.), Professor,
Professor of the Department of Railway Transport Power
Supply,
Omsk State Transport University,
35 Marksa pr., Omsk 644046, Russia

Румянцева Евгения Викторовна,
кандидат технических наук,
доцент кафедры электроснабжения
промышленных предприятий,
Энергетический институт,
Омский государственный технический университет,
644050, г. Омск, пр. Мира, 11, Россия

Evgeniya V. Rumyantseva,
Cand. Sci. (Eng.),
Associate Professor of the Department of Power Supply
of Industrial Enterprises,
Energy Institute,
Omsk State Technical University,
11 Mira pr., Omsk 644050, Russia

Жиленко Елена Петровна,
старший преподаватель кафедры
электроснабжения промышленных предприятий,
Энергетический институт,
Омский государственный технический университет,
644050, г. Омск, пр. Мира, 11, Россия

Elena P. Zhilenko,
Senior Lecturer of the Department of Power Supply of
Industrial Enterprises,
Energy Institute,
Omsk State Technical University,
11 Mira pr., Omsk 644050, Russia

Горюнов Владимир Николаевич,
доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой электроснабжения
промышленных предприятий,
Энергетический институт,
Омский государственный технический университет,
644050, г. Омск, пр. Мира, 11, Россия

Vladimir N. Goryunov,
Dr. Sci. (Eng.), Professor,
Head of the Department of Power Supply of Industrial
Enterprises,
Energy Institute,
Omsk State Technical University,
11 Mira pr., Omsk 644050, Russia

Вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в
подготовку публикации.

Contribution of the authors

The authors contributed equally to the preparation of the
article.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта
интересов.

Conflict of interests

The authors declare no conflicts of interests.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный
вариант рукописи.*

*The final manuscript has been read and approved by all
the co-authors.*

Информация о статье

Статья поступила в редакцию 15.02.2022; одобрена
после рецензирования 26.04.2022; принята к
публикации 19.07.2022.

Information about the article

The article was submitted 15.02.2022; approved after
reviewing 26.04.2022; accepted for publication
19.07.2022.