



Научная статья

УДК 534.1:539.3

<https://doi.org/10.21285/1814-3520-2022-2-173-183>

Численный анализ динамики и долговечности элементов ротора газотурбинного двигателя

Игорь Николаевич Рыжиков¹✉, Олег Владимирович Репецкий², Ван Винь Нгуен³¹ Иркутский национальный исследовательский технический университет, г. Иркутск, Россия^{2,3} Иркутский государственный аграрный университет им. А. А. Ежевского,

Иркутская область, Иркутский р-н, п. Молодежный, Россия

¹rin111@list.ru²repetskii@igsha.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2560-2721>³vinh.july177@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-0030-1503>

Резюме. Цель – разработать высокоточный алгоритм расчета долговечности рабочих колес роторов газотурбинных двигателей с расстройкой параметров. При компьютерном моделировании свободных и вынужденных колебаний рабочих колес использовался метод конечных элементов, лежащий в основе программного комплекса Ansys. При экспериментальных исследованиях расстройка имитировалась прикреплением дополнительных масс к лопаткам колеса. Расчеты частот, форм вынужденных колебаний, а также динамических напряжений, возникающих при вынужденных колебаниях, проводились с использованием рядов Фурье. При расчете долговечности использовался метод схематизации динамических напряжений, т.е. разделения полученных напряжений по уровням с соответствующими амплитудами. Основным результатом исследований является разработанный алгоритм расчета долговечности рабочих колес роторов газотурбинных двигателей с расстройкой параметров. Данный алгоритм был положен в основу компьютерной программы Ocs_Rotor, предназначенной для исследования собственных колебаний лопаток и рабочих колес с расстройкой параметров. С помощью данной программы были рассчитаны собственные частоты и формы колебаний лопаток с расстройкой параметров. На основе полученных результатов были рассчитаны динамические напряжения при вынужденных колебаниях, а также долговечность рабочего колеса. Анализ полученных результатов расчетов долговечности реального рабочего колеса с тремя вариантами расположения лопаток с расстройкой позволил выбрать вариант конструкции с максимальной долговечностью, составившей $1,75 \cdot 10^5$ ч. Сравнение результатов расчетов, полученных с помощью программы Ocs_Rotor, с результатами натурального эксперимента, проведенного в Бранденбургском техническом университете (г. Котбус, Германия), демонстрирует хорошую точность с максимальной погрешностью 4%. Это позволяет сделать вывод о возможности применения данной программы при проектировании конструкций с максимальной долговечностью. Анализ полученных результатов расчетов долговечности реального рабочего колеса с разными вариантами расположения лопаток с расстройкой в колесе позволил выработать практические рекомендации для проектировщиков по порядку расположения лопаток с расстройкой в колесе.

Ключевые слова: рабочее колесо, расстройка, колебания, долговечность

Для цитирования: Рыжиков И. Н., Репецкий О. В., Нгуен Ван Винь. Численный анализ динамики и долговечности элементов ротора газотурбинного двигателя // iPolytech Journal. 2022. Т. 26. № 2. С. 173–183. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2022-2-173-183>.

MECHANICAL ENGINEERING

Original article

Numerical analysis of dynamics and durability of rotor elements in gas turbine engines

Igor N. Ryzhikov¹✉, Oleg V. Repetskiy², Van Vinh Nguyen³¹ Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russia^{2,3} Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, Molodezhny settlement,

© Рыжиков И. Н., Репецкий О. В., Нгуен Ван Винь, 2022

<https://ipolytech.ru>

173

Irkutsk region, Irkutsk district, Russia

¹rin111@list.ru

²repetckii@igsha.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2560-2721>

³vinh.july177@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-0030-1503>

Abstract. In this work, an accurate algorithm for calculating the durability of rotor wheels in gas turbine engines undergoing detuning of parameters was developed. The finite element method, underlying the Ansys Software, was used for modelling free and forced oscillations of rotor wheels. During the experiments, the detuning was simulated by attaching additional masses to the wheel blades. The calculations of frequencies, modes of forced oscillations, as well as dynamic stresses arising due to these oscillations, were carried out using the Fourier series. The schematisation of dynamic stresses, i.e. differentiation of obtained stresses into levels having specific amplitudes, was used to calculate durability. The main research result comprises the developed algorithm for calculating the durability of rotor wheels of gas-turbine engines subjected to parameter detuning. This algorithm served as a basis for the Ocs_Rotor software for investigating the natural oscillations of blades and rotor wheels under parameter detuning. Using this software, the natural frequencies and oscillation modes of the blades were calculated. Dynamic stresses under forced oscillations, as well as durability of the rotor wheel, were calculated using the obtained results. The results of calculating the service life of an actual rotor wheel having three different positions of blades under detuning allowed the construction having the maximum service life of $1.75 \cdot 10^5$ hours to be selected. Comparing the results of calculations, obtained using the Ocs_Rotor software, with those of field experiments, carried out at Brandenburg Technical University (Cottbus, Germany), demonstrated high accuracy characterised by a maximum error of 4%. This suggests that the software may be used to design structures of maximum service life. The results of durability calculations of an actual rotor wheel having different blade positions under detuning allowed practical recommendations for engineers on the positioning of the blades in the wheel to be established.

Keywords: impeller, detuning, vibrations, fatigue life

For citation: Ryzhikov I. N., Repetsky O. V., Nguyen Van Vinh. Numerical analysis of dynamics and durability of rotor elements in gas turbine engines. *iPolytech Journal*. 2022;26(2):173-183. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2022-2-173-183>.

ВВЕДЕНИЕ

Для газотурбинных двигателей (ГТД) летательных аппаратов надежность рабочих колес определяет не только надежность всего двигателя, но и безопасность использования летательного аппарата [1–3].

При эксплуатации рабочие колеса турбомашин испытывают воздействие разнообразных нагрузок (центробежных, газовых, от неравномерного нагрева и т.д.). Помимо статических и температурных нагрузок, рабочие колеса испытывают значительные динамические нагрузки, возникающие вследствие колебаний, которые могут значительно снизить их долговечность.

Расстройка параметров колебаний, возникающая в результате геометрической и физической неидентичности секторов рабочего колеса, содержащих рабочие лопатки, способна значительно изменить спектр его колебаний, привести к значительному перераспределению динамических напряжений и

их концентрации вследствие возникающей локализации колебаний на отдельных лопатках. Чаще всего расстройка оказывает вредное влияние, приводя к значительному снижению долговечности отдельных лопаток и колеса в целом.

Исследованиям колебаний рабочих колес с расстройкой параметров посвящено достаточно большое количество опубликованных работ [1–20].

Одной из первых работ, в которых излагается проблема влияния расстройки параметров на характеристики колебаний рабочих колес газотурбинных двигателей (ГТД), является литературный источник⁴. Приведенный в нем коэффициент, называемый коэффициентом увеличения амплитуды колебаний, позволяет рассчитать величину расстройки параметров:

$$\gamma = \frac{u_{\max(\text{mistuned})}}{u_{\max(\text{tuned})}} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{N}), \quad (1)$$

⁴Irretier H., Repetski O. Analyse der eigenschwingungen rotierender axialer und radialer laufrader und schaufelpakete von turbomaschinen mittels hyperelemente, kondensation und der methode zyklischer symmetrie. Forschungsbericht DAAD, Mittellung 4/1991. Kassel Universitat: GHK, Institut fur Mechanik, 1991. 121 p.

где γ – коэффициент увеличения амплитуды; $u_{\max(mistuned)}$ – максимальная амплитуда свободных колебаний расстроенных рабочих колес; $u_{\max(tuned)}$ – максимальная амплитуда свободных колебаний рабочих колес без расстройки. Как можно наблюдать, величина коэффициента увеличения амплитуды зависит от числа секторов рабочего колеса или числа лопаток N .

Влияние расстройки параметров на характеристики колебаний рабочих колес ГТД и на их напряженное состояние также рассматривается в литературных источниках [4–20].

В работах [2–7] представлены результаты экспериментальных исследований влияния расстройки параметров на колебания осевых и радиальных колес роторов ГТД.

Работы [8–10] посвящены численному исследованию свободных колебаний рабочих колес ГТД с расстройкой, в том числе с помощью разработанного авторами пакета программ BLADIS+.

В статьях [11, 12] описаны методы построения компьютерных моделей рабочих колес с расстройкой, позволяющие существенно уменьшить требуемые для расчета вычислительные ресурсы (память, быстродействие).

Исследования влияния расстройки параметров на вынужденные колебания рабочих колес описаны в статьях [13, 15]. Влиянию расстройки параметров на долговечность рабочих колес посвящена статья [16].

В работах [17–20] описаны исследования колебаний рабочих колес с расстройкой, вызванной разными условиями закрепления лопаток в диске, влиянием аэродинамических сил, а также приводятся результаты исследований расстройки параметров вероятностными методами.

Авторами данной статьи разработаны математические модели, с помощью которых возможно проведение анализа влияния расстройки параметров [2, 4, 15] на частоты и формы колебаний рабочих колес ГТД, а также на их долговечность. В статье содержатся результаты данного анализа, проведенного с помощью разработанной компьютерной про-

граммы Ocs_Rotor и программного комплекса ANSYS [1].

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЕБАНИЙ КОЛЕС БЕЗ РАССТРОЙКИ

Уравнение динамики системы, обладающей циклической симметрией, при собственных колебаниях (согласно методу конечных элементов) в матричной записи имеет вид:

$$M\ddot{\delta} + K\delta = 0; \quad (2)$$

при этом

$$\delta = \delta_A \cos(\omega t - \beta), \quad (3)$$

где K – матрица жесткости; M – матрица масс; δ – вектор перемещений; $\ddot{\delta}$ – вектор ускорений; δ_A – амплитуда; ω – круговая частота; β – фаза колебаний.

В результате преобразований данное уравнение имеет вид:

$$(K - \omega^2 M)\delta_A = 0. \quad (4)$$

Тестовый расчет свободных колебаний рабочего колеса компрессора, содержащего 29 лопаток, был проведен в программе Ocs_Rotor.

Характеристики модели: материал – титановый сплав; модуль упругости – $1,2 \cdot 10^5$ МПа; плотность – $4,64 \text{ кг/см}^3$, коэффициент Пуассона – 0,26. На рис. 1 представлена геометрическая модель рабочего колеса и первые формы его колебаний.

На рис. 2 представлен алгоритм расчета свободных колебаний рабочих колес, положенный в основу одного из модулей программы Ocs_Rotor.

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЕБАНИЙ КОЛЕСА С РАССТРОЙКОЙ ПАРАМЕТРОВ

На рис. 3 показано исследуемое рабочее колесо, подготовленное для эксперимента [2]. Расстройка параметров искусственно вносилась в конструкцию добавлением к лопаткам дополнительных масс путем присоединения небольших шайб (рис. 3).

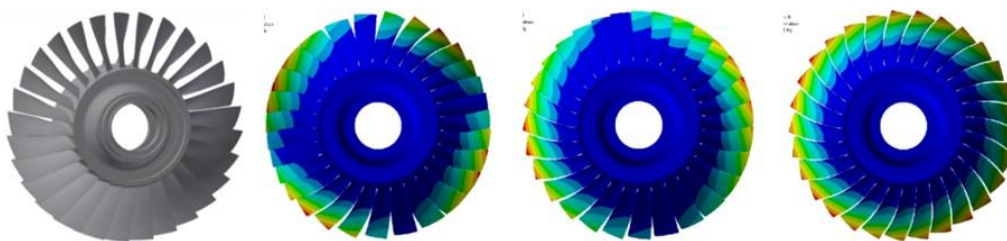


Рис. 1. Трехмерная геометрическая модель рабочего колеса и первые формы его свободных колебаний
Fig. 1. Three-dimensional geometric model of the impeller and the first forms of its free vibrations

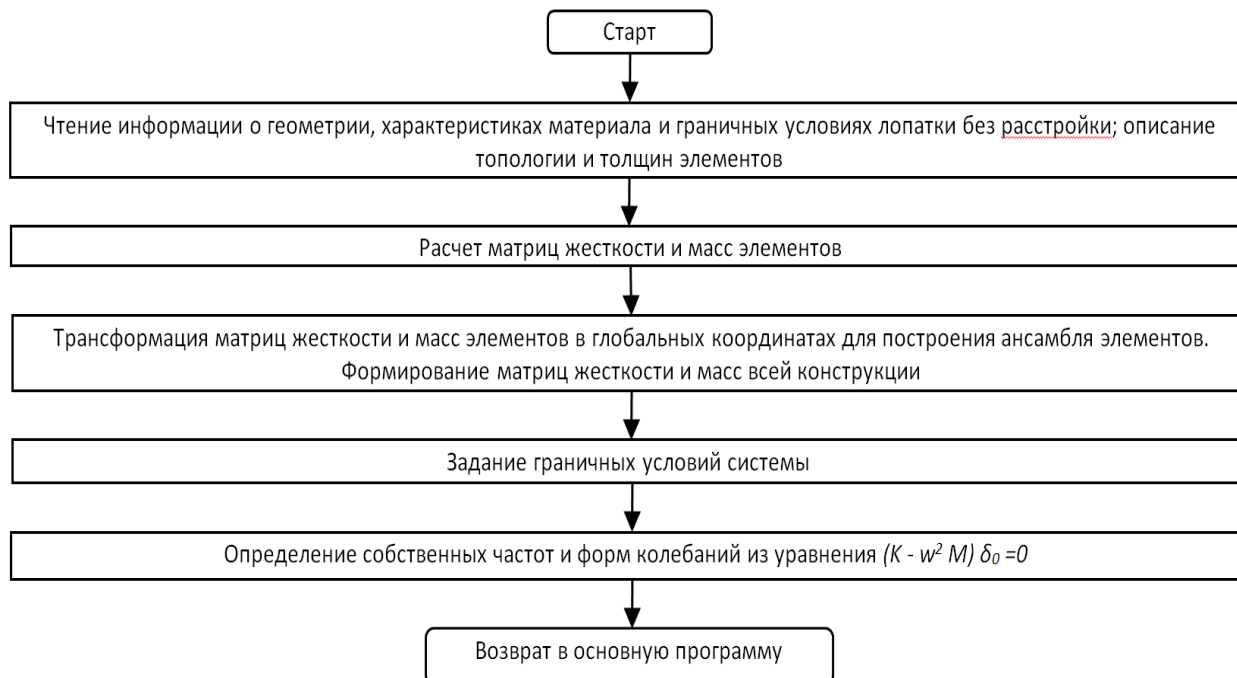


Рис. 2. Алгоритм расчета свободных колебаний рабочих колес
Fig. 2. Calculation algorithm of impeller free vibrations



Рис. 3. Добавленные массы на лопатках
Fig. 3. Added masses on the blades

В табл. 1 представлены значения дополнительных масс, присоединенных к лопаткам (индекс i соответствует номеру лопатки в колесе). Величина расстройки параметров рассчитывалась по формуле:

$$\Delta f_n = \frac{(f_n^2 - f_0^2)}{f_0^2}, \quad (5)$$

где f_n – частота свободных колебаний n -й лопатки; f_0 – частота свободных колебаний лопатки без расстройки.

На рис. 4 показан алгоритм расчета значений расстройки параметров при добавлении к ним дополнительной массы. Данный алгоритм положен в основу одного из модулей программы Ocs_Rotor.

Таблица 1. Значения добавленных масс Δm_i
Table 1. Values of added masses Δm_i

Δm_i , кг	Δm_i , кг	Δm_i , кг
0,001251438	0,001431641	0,001353855
0,001302135	0,001402101	0,001125457
0,000025385	0,000565487	0,000085468
0,001102155	0,001562635	0,001402131
0,001305213	0,001700681	0,001202142
0,001205113	0,001186481	0,001102152
0,000802912	0,000765541	0,001302563
0,001100517	0,001557549	0,000356523
0,001302102	0,001135588	0,001205537
0,001202101	0,001257446	

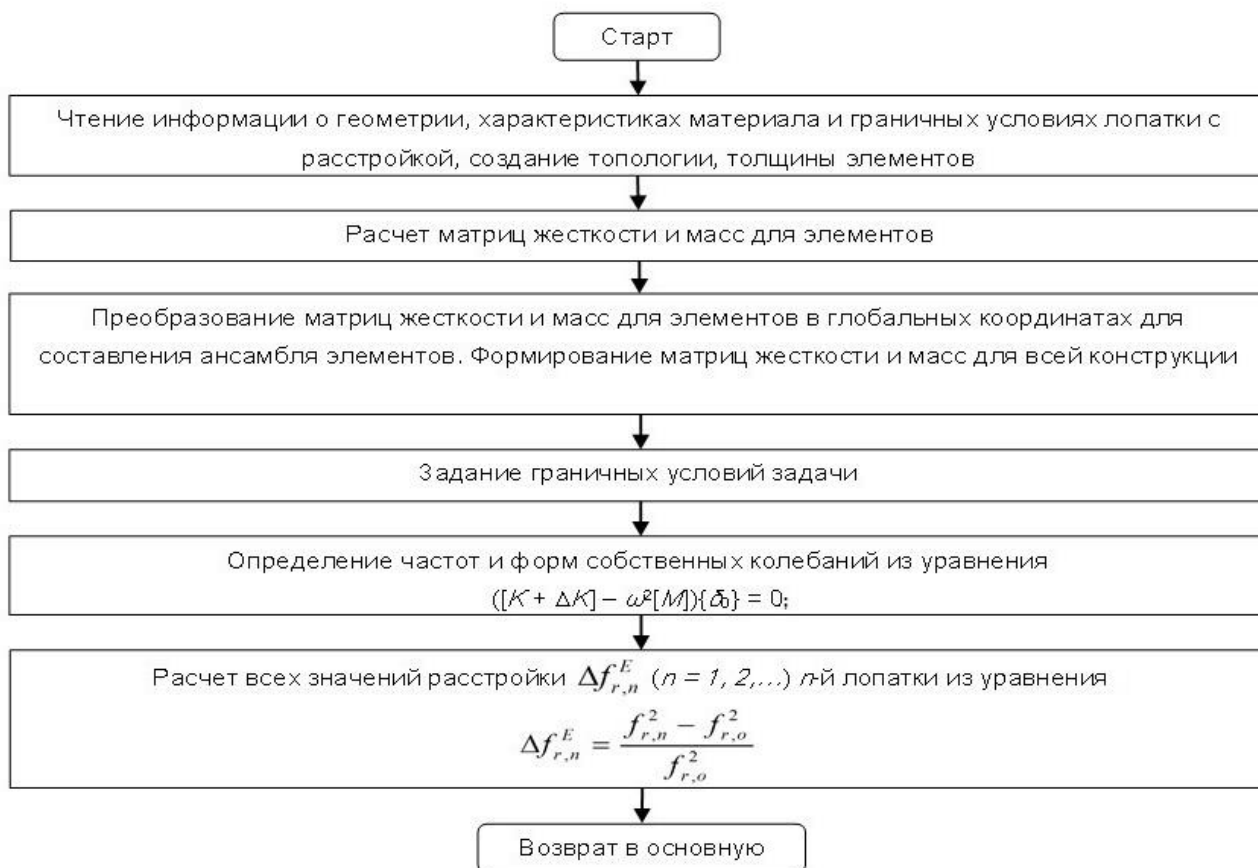


Рис. 4. Алгоритм расчета значений расстройки отдельных лопаток
Fig. 4. Calculation algorithm of individual blade detuning values

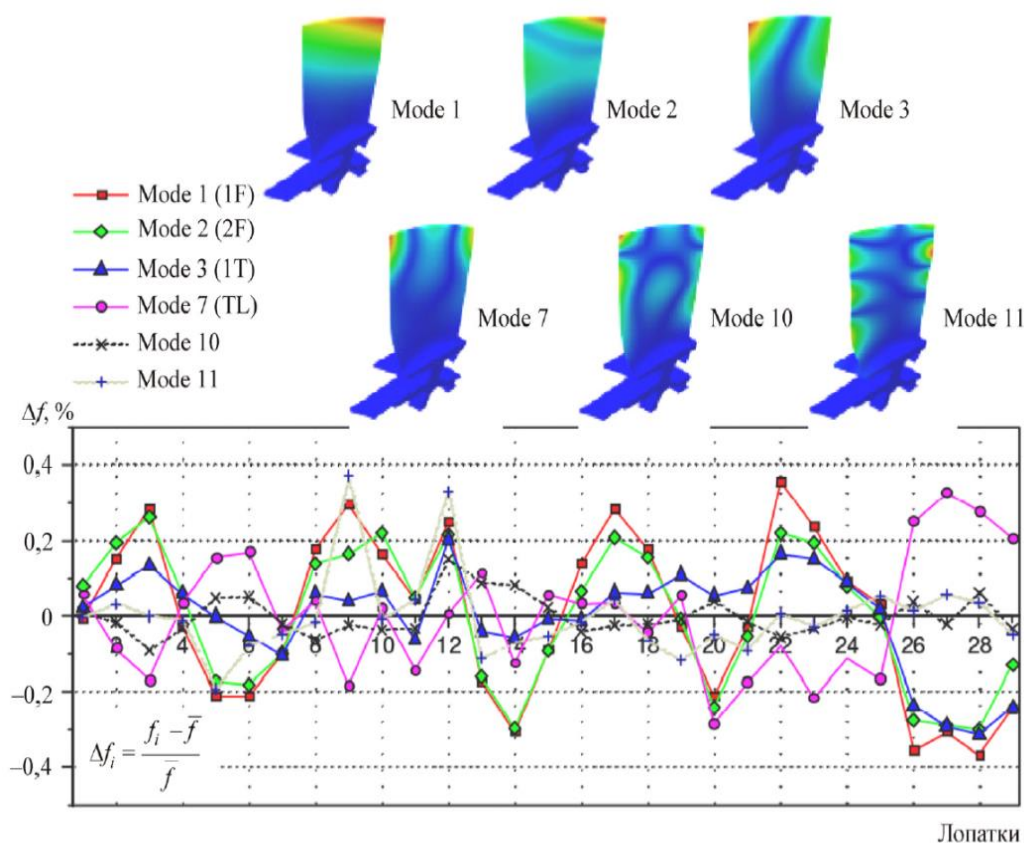


Рис. 5. Расстройка при разных формах колебаний
Fig. 5. Detuning at different vibration forms

Таблица 2. Значения частот первых форм свободных колебаний лопаток с расстройкой, Гц
Table 2. Frequency values of the first forms of free vibrations of detuned blades, Hz

№ лопатки	1-я изгибная форма		2-я изгибная форма		№ лопатки	1-я изгибная форма		2-я изгибная форма	
	эксп.	Ocs_Rotor	эксп.	Ocs_Rotor		эксп.	Ocs_Rotor	эксп.	Ocs_Rotor
1	403,59	416,17	1255,04	1304,41	16	404,41	418,40	1254,81	1313,31
2	404,19	416,17	1256,41	1305,42	17	405,02	418,42	1256,62	1313,32
3	405,08	416,28	1257,32	1305,41	18	404,51	419,23	1256,01	1314,31
4	403,78	416,28	1254,73	1307,23	19	403,73	419,20	1254,00	1314,31
5	403,02	416,27	1251,92	1307,22	20	403,02	419,42	1251,02	1315,33
6	403,01	416,27	1251,81	1308,53	21	403,71	419,41	1254,43	1315,32
7	403,27	416,47	1252,81	1308,51	22	405,33	419,82	1255,84	1315,83
8	404,40	416,46	1255,80	1309,52	23	404,82	419,82	1256,41	1315,80
9	405,08	416,58	1256,12	1309,51	24	404,23	420,33	1256,02	1316,42
10	404,57	416,67	1256,83	1310,33	25	404,03	420,31	1255,01	1316,43
11	404,08	416,67	1254,62	1310,32	26	402,43	420,20	1251,60	1316,80
12	404,67	417,16	1256,73	1311,23	27	402,62	420,21	1251,42	1316,83
13	403,18	417,26	1252,01	1311,24	28	402,34	420,32	1251,23	1317,22
14	402,68	417,79	1250,32	1312,22	29	402,81	420,32	1251,41	1317,22
15	403,59	417,78	1252,93	1312,11	–	–	–	–	–

Примечание: эксп. – полученные экспериментально.

Расстройка, рассчитанная по формуле (5) при различных формах колебаний лопаток, представлена на рис. 5.

Значения частот свободных колебаний лопаток с расстройкой (расчетные и полу-

ченные экспериментально) представлены в табл. 2.

Как можно видеть из табл. 2, результаты расчета и данные эксперимента хорошо согласуются между собой.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВЫНУЖДЕННОЙ ВИБРАЦИИ РАССТРОЕННОГО РАБОЧЕГО КОЛЕСА

При моделировании вынужденных колебаний лопаток колеса вводилось предположение, что возбуждение колебаний рабочих лопаток осуществляется посредством влияния от 20-ти сопловых лопаток. При расчете величины возбуждающей нагрузки использовался ряд Фурье:

$$F(t) = L(1 + 0,5\cos\varphi + 0,025\cos2\varphi), \quad (6)$$

где L – статическая часть нагрузки.

На рис. 6 и 7 представлены перемещения и напряжения в лопатках при вынужденных колебаниях. На графиках можно видеть резонансные пики в районах частот 1300 Гц и 1800 Гц.

АНАЛИЗ ДОЛГОВЕЧНОСТИ

На следующем этапе исследований в программном комплексе ANSYS проводился

расчет долговечности колеса с разного вида расстройкой. Расстройка вводилась искусственно – путем присоединения к лопаткам колеса шайб различной массы. Исследовались три варианта расположения лопаток с расстройкой на ободу колеса:

1) к лопаткам добавлялись дополнительные массы в соответствии с табл. 1;

2) к 28-ми лопаткам добавлялись одинаковые массы (по 0,00211 кг), к 29-й лопатке масса не добавлялась;

3) к 28-ми лопаткам добавлялись одинаковые массы (по 0,005 кг), к 29-й лопатке масса не добавлялась.

На рис. 8 и в табл. 3 представлены результаты расчетов долговечности колеса с расстройкой параметров. Как видно из рис. 8 и табл. 3, максимальная долговечность достигается в первом случае, когда дополнительные массы наиболее равномерно распределены по окружности рабочего колеса и расстройка является минимальной.

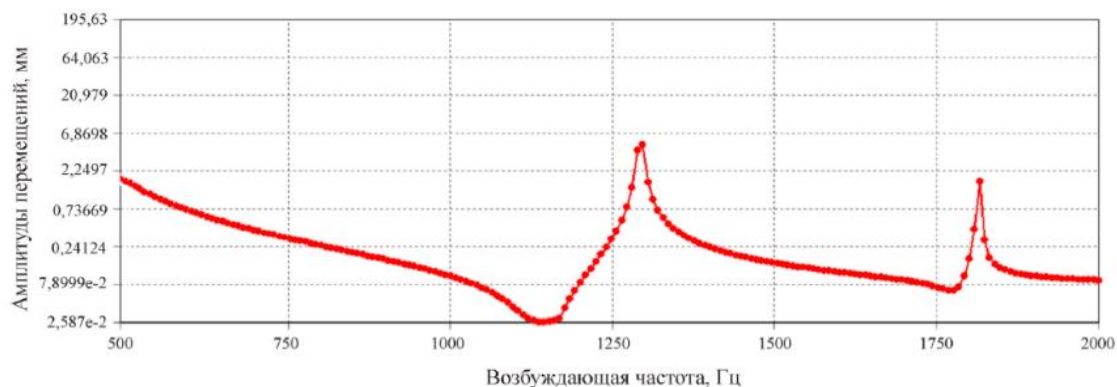


Рис. 6. Перемещения лопаток при действии возбуждающей нагрузки
Fig. 6. Blade displacements under the excitation load

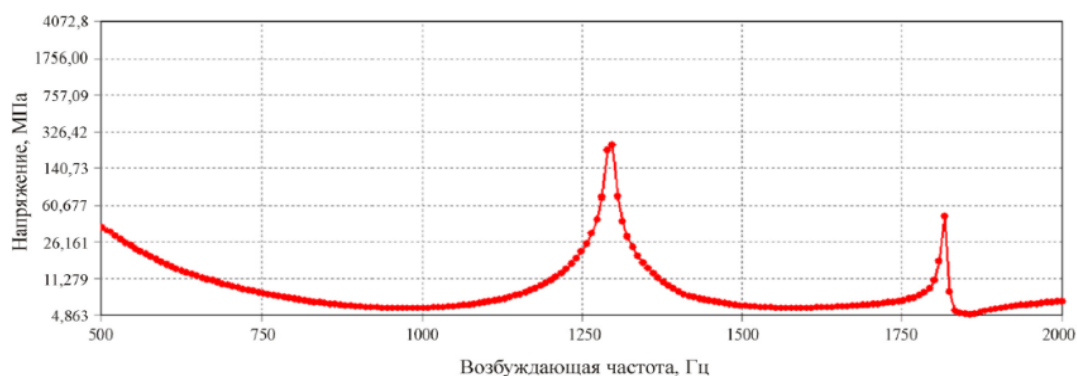


Рис. 7. Эквивалентные напряжения в лопатках при действии возбуждающей нагрузки
Fig. 7. Equivalent stresses in the blades under the excitation load

Таблица 3. Результаты расчетов долговечности
Table 3. Calculation results of fatigue life

Форма колебаний	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3	
	частота колебаний, Гц					
	Ocs_Rotor	эксп.	Ocs_Rotor	эксп.	Ocs_Rotor	эксп.
1	416,3863	403,8575	403,3855	397,8126	410,3865	402,9376
2	1304,5585	1255,0781	1296,5418	1261,0001	1300,2215	1252,6876
3	1843,3259	1766,0641	1803,3785	1766,3126	1826,6855	1765,6751
Долговечность	1,7524E + 5 ч		1,6502E + 5 ч		1,2403E + 5 ч	

Примечание: эксп. – полученные экспериментально.

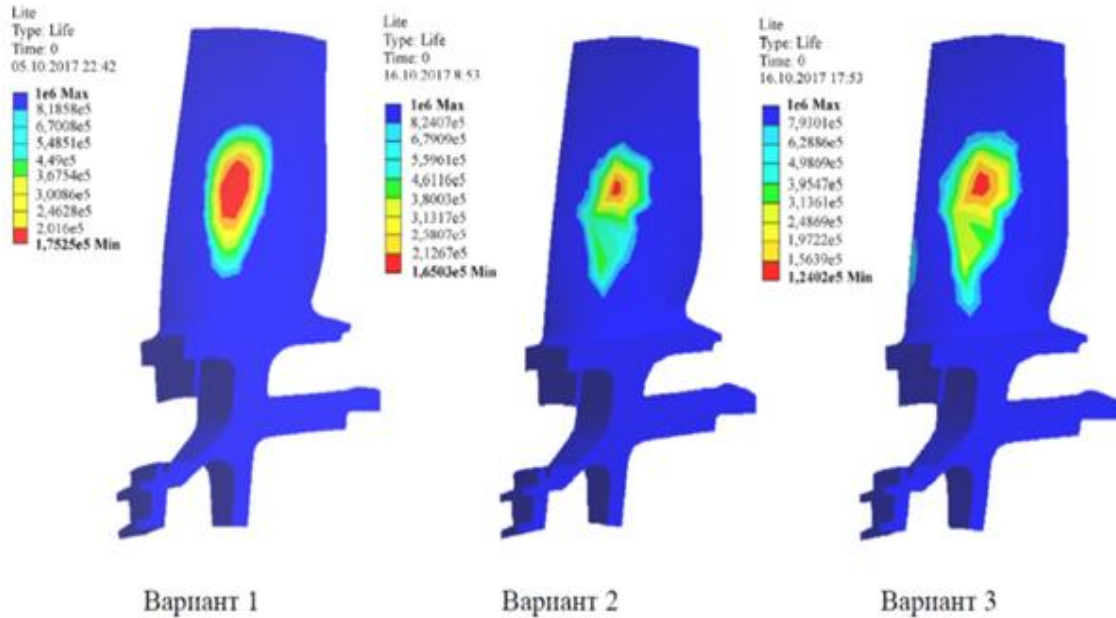


Рис. 8. Результаты расчета долговечности лопаток
Fig. 8. Calculation results of blade fatigue life

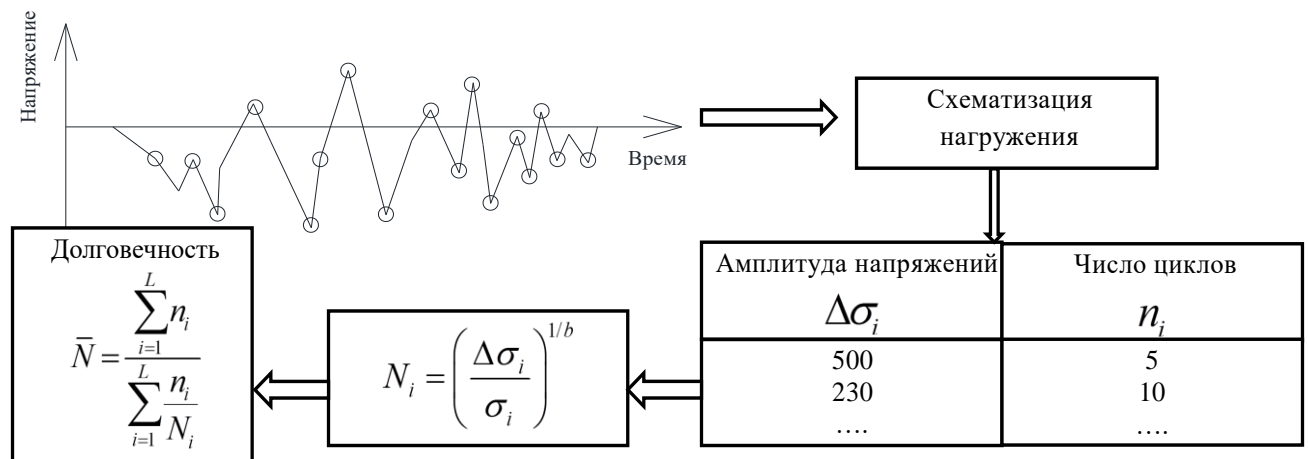


Рис. 9. Алгоритм расчета долговечности
Fig. 9. Fatigue life calculation algorithm

На рис. 9 представлен алгоритм расчета долговечности рабочего колеса. Согласно алгоритму расчета долговечности, после определения динамических напряжений ме-

тодом конечных элементов осуществляется их схематизация, т.е. разделение полученных напряжений по уровням с соответствующими амплитудами, определение числа цик-

лов для каждого уровня, расчет долговечностей каждого уровня и, в итоге, расчет общей долговечности конструкции. Здесь N_i – число циклов нагружения для i -го уровня напряжений; σ_i – максимальное напряжение i -го уровня; L – количество уровней напряжений. Для расчета b используется зависимость $b = (0,8 \dots 0,9)k$, где k – коэффициент, учитывающий влияние всех факторов на сопротивление усталости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты проведенных исследований показали, что увеличение дополнительной массы приводит к увеличению расстройки и, как следствие, к снижению долговечности (2), (3). Из рассмотренных вариантов наибольшая долговечность была получена в случае, когда все лопатки имели дополнительные

массы (расстройку) сравнительно небольшой величины. При этом разница между массами у соседних лопаток была минимальной, вариант (1). Минимальная долговечность наблюдается для варианта, когда в окружном направлении расстройка лопаток постепенно возрастает и максимальный скачок в значениях расстройки наблюдается между первой и последней лопатками в колесе.

Анализ результатов исследований долговечности рабочего колеса позволил выработать практическую рекомендацию для проектировщиков подобных конструкций, заключающуюся в том, что для достижения максимальной долговечности необходимо исключить случаи, когда соседние лопатки в колесе имеют большую разницу в расстройке (т.е. случаи «пилообразного» распределения лопаток с расстройкой по окружности колеса).

Список источников

1. Irretier H., Repetskiy O. Analyse der eigenschwingungen rotierender axialer und radialer lauffraeder und schaufelpakete von turbomaschinen mittels hyperelemente, kondensation und der methode zyklischer symmetrie. Kassel: Kassel Universität, 1991. 121 p.
2. Рыжиков И. Н. Экспериментальные исследования расстройки параметров моделей рабочих колес газотурбинных двигателей // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2014. № 12. С. 53–57.
3. Рыжиков И. Н. К оценке долговечности роторов газотурбинных двигателей // Авиамашиностроение и транспорт Сибири: сб. статей VI Всерос. науч.-практ. конф. (г. Иркутск, 13–16 апреля 2016 г.). Иркутск: Изд-во ИРНИТУ, 2016. С. 288–294.
4. Репецкий О. В., Рыжиков И. Н., Шмидт Р. Исследования влияния различных видов расстройки параметров на колебания и долговечность рабочих колес турбомашин // Вестник Байкальского союза стипендиатов DAAD (Байкальский государственный университет экономики и права). 2010. № 1. С. 20–31.
5. Repetskiy O., Ryjikov I. Modeling and simulation of dynamic processes with help of program package BLADIS+ // Innovations and Advanced Techniques in Systems, Computing Sciences and Software Engineering. 2008. P. 219–220.
6. Figaschewsky F., Kühhorn A. Analysis of mistuned blade vibrations based on normally distributed blade individual natural frequencies // Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air: Conference Proceedings. 2015. <https://doi.org/10.1115/GT2015-43121>.
7. Wagner J. T. Coupling of turbomachine blade vibrations through the rotor // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 1967. Vol. 89. Iss. 4. P. 502–512. <https://doi.org/10.1115/1.3616718>.
8. Ewins D. J., Han Z. S. Resonant vibration levels of a mistuned bladed disk // Journal of Vibration and Acoustics. 1984. Vol. 106. Iss. 2. P. 211–217. <https://doi.org/10.1115/1.3269171>.
9. Repetskiy O., Ryjikov I., Springer H. Numerical analysis of rotating flexible blade-disk-shaft systems // Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air: Conference Proceedings. 1999. <https://doi.org/10.1115/99-GT-317>.
10. Репецкий О. В., До Мань Тунг. Анализ влияния расстройки параметров на колебания рабочих колес турбомашин на основе пружинно-массовой модели // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2013. № 10. С. 56–63.
11. Bladh J. R., Castanier M. P., Pierre C. Component-mode-based reduced order modeling techniques for mistuned bladed disks – part I: theoretical models // Journal of Engineering for Gas turbines and Power. 2001. Vol. 123. Iss. 1. P. 89–99. <https://doi.org/10.1115/1.1338947>.
12. Wagner M. B., Younan A., Allaire P., Cogill R. Model reduction methods for rotor dynamic analysis: a survey and review // International Journal of Rotating Machinery. 2010. <https://doi.org/10.1155/2010/273716>.
13. Beirow B. Grundlegende untersuchungen zum schwingungsverhalten von verdichterlaufrädern in integralbauweise. Cottbus: Shaker Verlag, 2009. 174 p.
14. Sinha A. Calculating the statistics of forced response of a mistuned bladed disk assembly // AIAA Journal. 1986. Vol. 24. No. 11. P. 1797–1801. <https://doi.org/10.2514/3.9526>.
15. Happawana G. S., Nwokah O. D. I., Bajaj A. K., Azene M. Free and forced response of mistuned linear cyclic systems: a singular perturbation approach // Journal of Sound and Vibration. 1998. Vol. 211. Iss. 5. P. 761–789.

<https://doi.org/10.1006/jsvi.1997.1349>.

16. Repetckii O., Nguyen Tien Quyet, Ryzhikov I. Investigation of vibration and fatigue life of mistuned bladed disks // *Actual Issues of Mechanical Engineering: Proceedings of the International Conference (Tomsk, 27–29 July 2017)*. Tomsk, 2017. Vol. 133. P. 702–707. <https://doi.org/10.2991/aime-17.2017.114>.
17. Griffin J. H., Hoosac T. M. Model development and statistical investigation of turbine blade mistuning // *Journal of Vibration and Acoustics*. 1984. Vol. 106. Iss. 2. P. 204–210. <https://doi.org/10.1115/1.3269170>.
18. Griffin J. H., Sinha A. The interaction between mistuning and friction in the forced response of bladed disk as-

- semblies // *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1985. Vol. 107. Iss. 1. P. 205–211. <https://doi.org/10.1115/1.3239684>.
19. Pierre C., Murthy D. V. Aeroelastic modal characteristics of Mistuned blade assemblies: Mode localization and loss of eigenstructure // *AIAA Journal*. 1992. Vol. 30. No. 10. P. 2036–2050. <https://doi.org/10.2514/3.11251>.
20. Beirow B., Figaschewsky F., Kühhorn A., Bornhorn A. Modal analyses of an axial turbine blisk with intentional mistuning // *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 2018. Vol. 140. Iss. 1. P. 012503. <https://doi.org/10.1115/1.4037588>.

References

1. Irretier H., Repetskiy O. *Analyse der eigenschwingungen rotierender axialer und radialer lauffräder und schaufelpakete von turbomaschinen mittels hyperelemente, kondensation und der methode zyklischer symmetrie*. Kassel: Kassel Universität; 1991, 121 p.
2. Ryzhikov I. N. Experimental studies of parameter mistuning of GTE bladed disk models. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta = Proceedings of Irkutsk State Technical University*. 2014;12:53-57. (In Russ.).
3. Ryzhikov I. N. On the assessment of gas turbine engine rotor durability. In: *Aircraft Engineering and Transport of Siberia: sbornik statej VI Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii = Aircraft Engineering and Transport of Siberia. Collected articles of the 6th All-Russian Scientific and Practical Conference*. 13–16 April 2016, Irkutsk. Irkutsk: Irkutsk National Research Technical University; 2016, p. 288-294. (In Russ.).
4. Repeckij O. V., Ryzhikov I. N., Shmidt R. Studies of the effect of various types of parameter detuning on vibrations and durability of turbomachine impellers. *Vestnik Bajkal'skogo soyuza stipendiatov DAAD (Bajkal'skij gosudarstvennyj universitet ekonomiki i prava) = Baikal Research Journal*. 2010;1:20-31. (In Russ.).
5. Repetskiy O., Ryjikov I. Modeling and simulation of dynamic processes with help of program package BLADIS+. *Innovations and Advanced Techniques in Systems, Computing Sciences and Software Engineering*. 2008;219-220.
6. Figaschewsky F., Kühhorn A. Analysis of mistuned blade vibrations based on normally distributed blade individual natural frequencies. In: *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air: Conference Proceedings*. 2015. <https://doi.org/10.1115/GT2015-43121>.
7. Wagner J. T. Coupling of turbomachine blade vibrations through the rotor. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1967;89(4):502-512. <https://doi.org/10.1115/1.3616718>.
8. Ewins D. J., Han Z. S. Resonant vibration levels of a mistuned bladed disk. *Journal of Vibration and Acoustics*. 1984;106(2):211-217. <https://doi.org/10.1115/1.3269171>.
9. Repetskiy O., Ryjikov I., Springer H. Numerical analysis of rotating flexible blade-disk-shaft systems. In: *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air: Conference Proceed-*
- ings. 1999. <https://doi.org/10.1115/99-GT-317>.
10. Repetskiy O. V., Do Manh Tung. Analyzing parameter detuning effect on turbomachine rotor wheel vibrations based on spring-mass model. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta = Proceedings of Irkutsk State Technical University*. 2013;10:56-63. (In Russ.).
11. Bladh J. R., Castanier M. P., Pierre C. Component-mode-based reduced order modeling techniques for mistuned bladed disks – part I: theoretical models. *Journal of Engineering for Gas turbines and Power*. 2001;123(1):89-99. <https://doi.org/10.1115/1.1338947>.
12. Wagner M. B., Younan A., Allaire P., Cogill R. Model reduction methods for rotor dynamic analysis: a survey and review. *International Journal of Rotating Machinery*. 2010. <https://doi.org/10.1155/2010/273716>.
13. Beirow B. *Grundlegende untersuchungen zum schwingungsverhalten von verdichterlaufrädern in integralbauweise*. Cottbus: Shaker Verlag; 2009, 174 p.
14. Sinha A. Calculating the statistics of forced response of a mistuned bladed disk assembly. *AIAA Journal*. 1986;24(11):1797-1801. <https://doi.org/10.2514/3.9526>.
15. Happawana G. S., Nwokah O. D. I., Bajaj A. K., Azene M. Free and forced response of mistuned linear cyclic systems: a singular perturbation approach // *Journal of Sound and Vibration*. 1998;211(5):761-789. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1997.1349>.
16. Repetckii O., Nguyen Tien Quyet, Ryzhikov I. Investigation of vibration and fatigue life of mistuned bladed disks. In: *Actual Issues of Mechanical Engineering: Proceedings of the International Conference*. 27–29 July 2017, Tomsk. Tomsk; 2017, vol. 133, p. 702-707. <https://doi.org/10.2991/aime-17.2017.114>.
17. Griffin J. H., Hoosac T. M. Model development and statistical investigation of turbine blade mistuning. *Journal of Vibration and Acoustics*. 1984;106(2):204-210. <https://doi.org/10.1115/1.3269170>.
18. Griffin J. H., Sinha A. The interaction between mistuning and friction in the forced response of bladed disk assemblies. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1985;107(1):205-211. <https://doi.org/10.1115/1.3239684>.
19. Pierre C., Murthy D. V. Aeroelastic modal characteristics of mistuned blade assemblies: mode localization and

loss of eigenstructure. *AIAA Journal*. 1992;30(10):2036-2050. <https://doi.org/10.2514/3.11251>.

20. Beirow B., Figaschewsky F., Kühhorn A., Bornhorn A. Modal analyses of an axial turbine blisk with

intentional mistuning. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 2018;140(1):012503. <https://doi.org/10.1115/1.4037588>.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Рыжиков Игорь Николаевич,
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры материаловедения, сварочных и
аддитивных технологий,
Иркутский национальный исследовательский
технический университет,
664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, Россия

Репецкий Олег Владимирович,
доктор технических наук, профессор,
проректор по международным связям,
Иркутский государственный аграрный
университет им. А. А. Ежевского,
664038, Иркутская область, Иркутский р-н,
п. Молодежный, 1/1, Россия

Нгуен Ван Винь,
аспирант,
Иркутский государственный аграрный
университет им. А. А. Ежевского,
664038, Иркутская область, Иркутский р-н,
п. Молодежный, 1/1, Россия

Вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Информация о статье

Статья поступила в редакцию 27.01.2021; одобрена после рецензирования 07.03.2022; принята к публикации 05.05.2022.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Igor N. Ryzhikov,
Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor,
Associate Professor of the Department of
Materials Science, Welding and Additive Technology,
Irkutsk National Research Technical University,
83 Lermontov St., Irkutsk 664074, Russia

Oleg V. Repetskiy,
Dr. Sci. (Eng.), Professor,
Vice-Rector for International Relations,
Irkutsk State Agrarian University named
after A.A. Ezhevsky,
1/1, Molodezhny settlement, Irkutsk region,
Irkutsk district, 664038, Russia

Van Vinh Nguyen,
Postgraduate Student,
Irkutsk State Agrarian University named
after A.A. Ezhevsky,
1/1, Molodezhny settlement, Irkutsk region,
Irkutsk district, 664038, Russia

Contribution of the authors

The authors contributed equally to the preparation of the article.

Conflict of interests

The authors declare no conflicts of interests.

The final manuscript has been read and approved by all the co-authors.

Information about the article

The article was submitted 27.01.2021; approved after reviewing 07.03.2022; accepted for publication 05.05.2022.