



## Оперативное определение запасов статической устойчивости в системах электроснабжения с установками распределенной генерации

© Ю.Н. Булатов\*, А.В. Крюков\*\*\*\*, К.В. Суслов\*\*\*, А.В. Черепанов\*\*

\*Братский государственный университет, г. Братск, Россия

\*\*Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Россия

\*\*\*Иркутский национальный исследовательский технический университет, г. Иркутск, Россия

**Резюме:** Цель исследований – разработка методики, обеспечивающей оперативное определение запасов статической апериодической устойчивости в системах электроснабжения, в узловых точках которых подключены установки распределенной генерации. Использовались математические методы и алгоритмы, основанные на применении уравнений предельных режимов. Переходные процессы анализировались для различных точек пространства регулируемых параметров режима по данным имитационного моделирования в среде Matlab с применением пакетов Simulink и SimPowerSystems. На основе полученных результатов расчета и компьютерного моделирования реализована эффективная методика анализа запасов устойчивости в электрических сетях с установками распределенной генерации, применимая в задачах проектирования, а также оперативного и противоаварийного управления. Теоретический анализ и результаты компьютерного моделирования показывают эффективность использования предлагаемой методики расчета запасов устойчивости; невырожденность матрицы Якоби уравнений предельных режимов в точке решения обеспечивает гарантированную надежность получения результатов. Показано, что альтернативный подход к решению задачи оперативного определения запасов апериодической устойчивости может быть реализован на основе уравнений предельных режимов с повышенной нелинейностью. Динамическое моделирование электрической сети с установками распределенной генерации подтвердило правильность определения запасов устойчивости, рассчитанных с помощью уравнений предельных режимов. Разработанная методика оперативного определения запасов апериодической устойчивости может быть рекомендована для практического применения при проектировании систем электроснабжения или оперативном управлении синхронными генераторами; в частности, представленная методика позволит реализовать мультиагентную систему противоаварийного управления установками распределенной генерации, размещенными в распределительных электрических сетях общего назначения.

**Ключевые слова:** электроэнергетические системы, установки распределенной генерации, уравнения предельных режимов, запасы статической апериодической устойчивости

**Благодарности:** Исследования выполнены при финансовой поддержке по гранту государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № 0667-2020-0039).

**Для цитирования:** Булатов Ю.Н., Крюков А.В., Суслов К.В., Черепанов А.В. Оперативное определение запасов статической устойчивости в системах электроснабжения с установками распределенной генерации. *Вестник Иркутского государственного технического университета*. 2021. Т. 25. № 1. С. 31–43. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2021-1-31-43>

## Timely determination of static stability margins in power supply systems equipped with distributed generation installations

Yuri N. Bulatov\*, Andrey V. Kryukov\*\*\*\*, Konstantin V. Suslov\*\*\*, Alexander V. Cherepanov\*\*

\*Bratsk State University, Bratsk,

\*\*Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia

\*\*\*Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russia

**Abstract:** The article aims to develop a methodology to ensure timely determination of the margins of static aperiodic stability in power supply systems, at the nodal points of which distributed generation units are installed. The authors used mathematical methods and algorithms based on the application of limiting regime equations. Transitional processes were analysed for various points in the space of controlled mode parameters according to the simulation modelling in Matlab

using the Simulink and SimPowerSystems packages. On the basis of the obtained results, an effective technique for analysing stability margins in electrical networks with distributed generation units was implemented. This method is applicable in design problems, as well as in operational and emergency control. The conducted theoretical analysis and computer modelling showed the effectiveness of the proposed methodology for calculating stability margins; the nondegeneracy of the Jacobi matrix of limiting regime equations at the solution point ensures the guaranteed reliability of the results. It was shown that an alternative approach to solving the problem of timely determination of aperiodic stability margins can be implemented on the basis of limiting regime equation with increased nonlinearity. Dynamic modelling of an electrical network with distributed generation units confirmed the correctness of determining the stability margins calculated using limiting regime equations. The developed technique can be recommended for practical use in the design of power supply systems or in operational control of synchronous generators. In particular, the presented methodology can be used to implement a multi-agent emergency control system for distributed generation installations located in general-purpose distribution electrical networks.

**Keywords:** electric power systems, distributed generation units, limiting regime equations, margins of static aperiodic stability

**Acknowledgments:** The research was carried out with the financial support under a state assignment grant from the Ministry of Science and Higher Education of Russian Federation (project No. 0667-2020-0039).

**For citation:** Bulatov YuN, Kryukov AV, Suslov KV, Cherepanov AV. Timely determination of static stability margins in power supply systems equipped with distributed generation installations. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Proceedings of Irkutsk State Technical University*. 2021;25(1):31–43. (In Russ.) <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2021-1-31-43>

## ВВЕДЕНИЕ

При проектировании и эксплуатации электроэнергетических систем (ЭЭС) возникают задачи определения предельных режимов и запасов статической аperiodической устойчивости (САУ) [1–3]. В связи с планируемым переходом электроэнергетики на технологическую платформу интеллектуальных сетей Smart Grid, предполагающую масштабное применение установок распределенной генерации (РГ), сформулированные задачи становятся актуальными и для систем электроснабжения (СЭС), так как определяют важные факторы, связанные с обеспечением требуемого уровня надежности [4–6].

В современных СЭС начинают применяться установки РГ, использующие возобновляемые источники энергии [7–18]. К их числу можно отнести малые гидравлические электростанции и ветропарки, которые могут располагаться на значительных расстояниях от центров потребления; при этом запасы САУ снижаются, что оказывает существенное влияние на противоаварийное управление для обеспечения устойчивости в послеаварийных режимах [19, 20]. Поэтому особую актуальность приобретают задачи создания цифровых моделей для оперативного определения запасов статической устойчивости в СЭС с установками РГ. Один из возможных

подходов к созданию таких моделей представлен ниже. В его основу положены уравнения предельных режимов.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Установившиеся режимы ЭЭС (СЭС) описываются следующей системой нелинейных уравнений:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \mathbf{0}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{F}$  – нелинейная вектор-функция;  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}$  – соответственно, векторы нерегулируемых и регулируемых параметров режима.

Предельные по САУ режимы определяются уравнением (1) и условием:

$$\det \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} = 0, \quad (2)$$

где  $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}$  – матрица Якоби уравнений (1).

Дискриминантное равенство (2) определяет в пространстве параметров  $\mathbf{Y}$  гиперповерхность  $L_F$  (рис. 1).

Для определения запаса САУ можно использовать евклидову норму вектора  $\mathbf{K}$  [6]:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S} &= (\mathbf{K}^T \mathbf{K})^{\frac{1}{2}} = \left( \sum_{i=1}^m k_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= \left( \sum_{i=1}^m \mu_i^2 (y_{iL} - y_{i0})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3) \\ \mu_i &= \frac{1}{k_{iH} y_{i0}}, \end{aligned}$$

где  $y_{iL}$ ,  $y_{i0}$  – значения  $i$ -й компоненты вектора  $\mathbf{Y}$ ; индекс «0» отвечает исходному режиму, а индекс «L» – предельному;  $k_{iH}$  – нормативный коэффициент; в выражении для  $\mu_i$  вместо  $y_{i0}$  может использоваться номинальное значение  $y_{iНОМ}$ , такой подход может применяться в случае если  $y_{i0}$  имеет близкие к нулю или равные ему значения.

Соотношение (3) позволяет рассматривать запас устойчивости как расстояние<sup>1</sup> в пространстве  $\mathbf{Y}$  от гиперповерхности  $L_F$  до

точки  $\mathbf{Y}_0$  (рис. 1). Для каждой точки  $\mathbf{Y}_0$  конкретный предельный режим определяется в соответствующем ему направлении утяжеления  $\Delta \mathbf{Y}_k$ , которому соответствует свое значение запаса  $\mathfrak{S}_k$ ; при этом существует критическое направление  $\Delta \mathbf{Y}^*$ , отвечающее наименьшей длине  $\mathfrak{S}_{\min}$  вектора  $\mathbf{K}$ . Поэтому для достоверной оценки  $\mathfrak{S}$  необходим поиск критической траектории утяжеления:

$$\mathbf{Y}^*(T) = \mathbf{Y}_0 + T \Delta \mathbf{Y}^*.$$

Такая траектория может быть найдена на основе уравнений предельных режимов (УПР) [6].

Методика, позволяющая находить параметры предельного режима  $\mathbf{X}_L^*$ ,  $\mathbf{Y}_L^*$  для критического направления утяжеления  $\Delta \mathbf{Y}^*$  и отвечающий ему запас устойчивости, описана ниже.

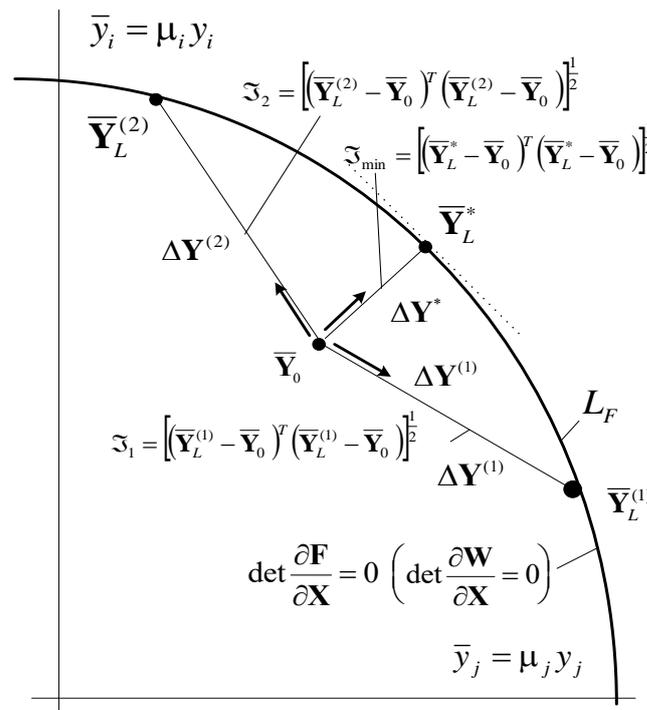


Рис. 1. К определению запаса устойчивости  
Fig. 1. To stability margin determination

<sup>1</sup>В метрике, определяемой коэффициентами  $\mu_i$ .

## МЕТОДИКА ОПЕРАТИВНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАПАСОВ СТАТИЧЕСКОЙ АПЕРИОДИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ ПРЕДЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ

Поиск запаса  $\mathfrak{Z}_{\min}$ , отвечающего направлению утяжеления  $\Delta \mathbf{Y}^*$ , можно осуществлять путем решения следующей задачи минимизации:  
 найти

$$\mathfrak{Z}_{\min} = \min \left( \mathbf{DY}^T \mathbf{M}^2 \mathbf{DY} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

с учетом ограничений:  $\mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_0 + \mathbf{DY}) = \mathbf{0}$ ,  
 где  $\mathbf{Y}_0$  – значение вектора  $\mathbf{Y}$  для режима, в котором определяется запас;

$\mathbf{DY} = [dy_1 \ dy_2 \ \dots \ dy_n]^T$  – вектор, поэлементное суммирование которого с вектором  $\mathbf{Y}_0$  обеспечивает определение параметров предельного режима  $\mathbf{Y}_L^*$ ;  $\mathbf{M} = \text{diag} \mu_i$ .

Решение сформулированной задачи можно выполнить методом Лагранжа с использованием вектора неопределенных множителей  $\Lambda$  и следующей функции:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_0 + \mathbf{DY}, \Lambda) &= \\ &= \left( \mathbf{DY}^T \mathbf{M}^2 \mathbf{DY} \right)^{\frac{1}{2}} + \\ &+ \mathbf{F}^T(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_0 + \mathbf{DY}) \Lambda. \end{aligned}$$

Для поиска минимума  $L(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_0 + \mathbf{DY}, \Lambda)$  можно записать уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{DY}} &= \mathbf{M}^2 \mathbf{DY} \left( \mathbf{DY}^T \mathbf{M}^2 \mathbf{DY} \right)^{-\frac{1}{2}} + \\ &+ \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{DY}} \right)^T \Lambda = \mathbf{0}; \\ \frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}} &= \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \Lambda = \mathbf{0}; \\ \frac{\partial L}{\partial \Lambda} &= \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_0 + \mathbf{DY}) = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (5)$$

Одно из решений этой системы отвечает

исходному режиму с параметрами  $\mathbf{X}_0, \mathbf{Y}_0$  при нулевых значениях векторов  $\Lambda$  и  $\mathbf{DY}$  и потому может считаться тривиальным. Искомое решение отвечает предельным параметрам  $\mathbf{X}_L^*, \mathbf{Y}_L^*$ , минимизирующим целевую функцию (4) при ненулевой длине вектора  $\mathbf{DY}$ . Оно соответствует критическому направлению утяжеления  $\Delta \mathbf{Y}^*$ . При ненулевом векторе  $\Lambda$  второе уравнение системы (5) эквивалентно условию (2). Поэтому точка  $\mathbf{Y}_L^*$ , полученная при  $\Lambda \neq \mathbf{0}; \mathbf{DY} \neq \mathbf{0}$ , располагается на гиперповерхности  $L_F$ .

В заданной матрицей  $\mathbf{M}$  метрике выполнение первого уравнения системы (5) обеспечивает достижение точки  $\mathbf{Y}_L^*$ , расположенной на кратчайшем расстоянии от точки  $\mathbf{Y}_0$ . При ненулевом векторе  $\Lambda$  второе уравнение системы (5) отвечает нахождению точки  $\mathbf{Y}_L^*$  на гиперповерхности  $L_F$ . Выполнение третьего уравнения показывает, что режим является сбалансированным.

Геометрическая интерпретация системы (5) показана на рис. 2. На нем представлен фрагмент границы  $L_F$  и эллипсоид, который описывается уравнением:

$$\mathbf{DY}^T \mathbf{M}^2 \mathbf{DY} - \mathfrak{Z}_{\min}^2 = 0.$$

Нетривиальное решение  $\mathbf{X}_L^*, \mathbf{Y}_L^*$  можно рассматривать как точку касания эллипсоида и гиперповерхности  $L_F$ .

Умножив первое уравнение системы (5) на скаляр  $\left( \mathbf{DY}^T \mathbf{M}^2 \mathbf{DY} \right)^{-\frac{1}{2}}$ , можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{DY}} &= \mathbf{M}^2 \mathbf{DY} + \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{DY}} \right)^T \Lambda \left( \mathbf{DY}^T \mathbf{M}^2 \mathbf{DY} \right)^{-\frac{1}{2}} = \mathbf{0}; \\ \frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}} &= \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \Lambda = \mathbf{0}; \\ \frac{\partial L}{\partial \mathbf{DY}} &= \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_0 + \mathbf{DY}) = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (6)$$

Собственный вектор  $\Lambda$  матрицы  $\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}\right)^T$  определяется с точностью до произвольного множителя, что дает возможность провести следующую замену переменных:

$$\mathbf{R} = \mathfrak{I}_{\min} \Lambda = \left(D\mathbf{Y}^T \mathbf{M}^2 D\mathbf{Y}\right)^{\frac{1}{2}} \Lambda.$$

С учетом этой замены уравнения (6) можно записать так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial D\mathbf{Y}} &= \mathbf{M}^2 D\mathbf{Y} + \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial D\mathbf{Y}}\right)^T \mathbf{R} = \mathbf{0}; \\ \frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}} &= \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}\right)^T \mathbf{R} = \mathbf{0}; \\ \frac{\partial L}{\partial D\mathbf{Y}} &= \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_0 + D\mathbf{Y}) = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (7)$$

С помощью первого уравнения этой системы можно найти вектор:

$$D\mathbf{Y} = -\mathbf{M}^{-2} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial D\mathbf{Y}}\right)^T \mathbf{R}.$$

После преобразований можно получить модификацию УПР, обеспечивающую нахождение предельного режима в направлении  $\Delta \mathbf{Y}^*$ :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}\left(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_0 - \mathbf{M}^{-2} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial D\mathbf{Y}}\right)^T \mathbf{R}\right) &= \mathbf{0}. \\ \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}\right)^T \mathbf{R} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Если нагрузки задаются постоянными мощностями, то уравнения установившегося режима (1) могут быть представлены в виде

$$\mathbf{Y} - \mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{0}.$$

Тогда для матрицы  $\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial D\mathbf{Y}}\right)^T$  можно записать следующее соотношение:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial D\mathbf{Y}}\right)^T = \mathbf{E}.$$

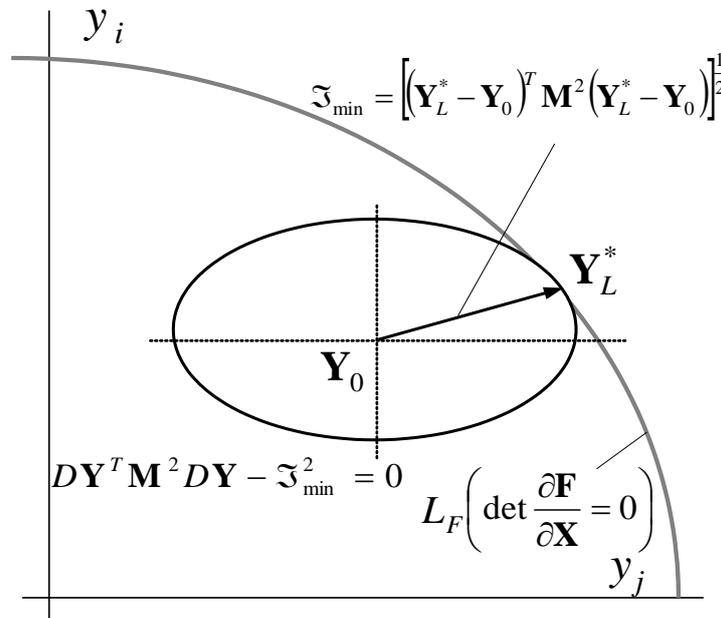


Рис. 2. Геометрическая интерпретация поиска критического направления утяжеления  
Fig. 2. Geometrical interpretation of the critical weighting direction search

В общем случае зависимость  $Y$  от  $X$  определяется уравнениями (1) и матрица  $\left(\frac{\partial F}{\partial DY}\right)^T$  является блочно-диагональной. Выражения для определения ее компонент приведены в работе [6].

Для решения уравнений (8) можно использовать метод Ньютона, который широко применяется при определении режимов ЭЭС, при этом на каждом шаге расчета необходимо решать следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial X} & \frac{\partial F}{\partial R} \\ \frac{\partial V}{\partial X} & \frac{\partial V}{\partial R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta R \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F \\ V \end{bmatrix},$$

где  $\frac{\partial F}{\partial R} = -M^{-2} \left(\frac{\partial F}{\partial DY}\right)^T$ ;  $\frac{\partial V}{\partial R} = \left(\frac{\partial F}{\partial X}\right)^T$ .

Для преодоления затруднений, вызванных наличием тривиального решения уравнений (8), можно использовать условие, не допускающее, чтобы вектор  $R$  в искомой точке был нулевым; для этого вводится фиктивная переменная  $\alpha$  и система (8) записывается в виде:

$$F \left[ X, Y_0 - M^{-2} \left(\frac{\partial F}{\partial DY}\right)^T R(1+\alpha) \right] = 0;$$

$$V(X, R) = \left(\frac{\partial F}{\partial X}\right)^T R = 0;$$

$$U(R) = R^T \left(\frac{\partial F}{\partial DY}\right) M^{-2} \left(\frac{\partial F}{\partial DY}\right)^T R - \zeta_1^2 = 0,$$

где  $\zeta_1 \neq 0$  – фиктивная величина запаса.

Фактическое значение запаса устойчивости  $\zeta$  определяется после завершения процесса итераций по формуле:

$$\zeta = (1+\alpha) \sqrt{R^T \left(\frac{\partial F}{\partial DY}\right) M^{-2} \left(\frac{\partial F}{\partial DY}\right)^T R}.$$

### РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Определение запасов САУ на основе описанного выше подхода проведено применительно к сети, к узловым точкам которой подключены две установки РГ. План и электрическая схема сети показаны на рис. 3. Мощности установок РГ приняты равными 24 МВт.

Результаты моделирования представлены на рис. 4 и в табл. 1.

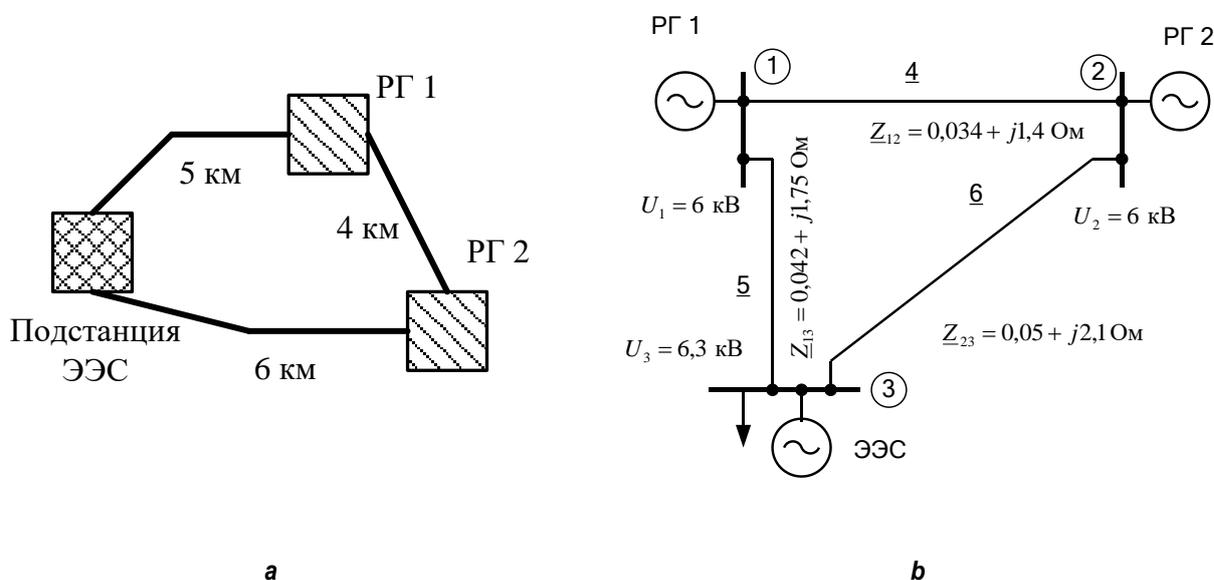


Рис. 3. Схема сети  
 Fig. 3. Network diagram

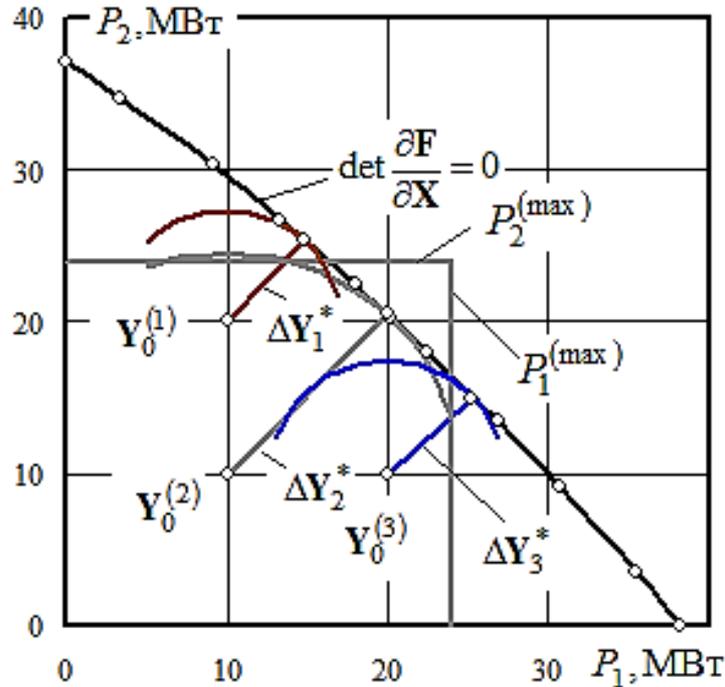


Рис. 4. Определение предельных режимов в направлении  $\Delta Y^*$ : дуги окружностей отвечают уравнениям  $DY^T M^2 DY - \mathfrak{Z}_{\min}^2 = 0$  при  $M=E$   
 Fig. 4. Determination of limiting modes in the direction  $\Delta Y^*$ : the arcs of circles correspond to the equations  $DY^T M^2 DY - \mathfrak{Z}_{\min}^2 = 0$  when  $M=E$

Таблица 1. Запасы устойчивости  
 Table 1. Stability margins

| Мощности установок и запасы устойчивости | Номер режима |       |        |       |
|--|--------------|-------|--------|-------|
|  | 1            | 2     | 3      | 4     |
| $y_{10} = P_{10}, \text{ МВт}$           | 10,00        | 20,00 | 10,00  | 20,00 |
| $y_{20} = P_{20}, \text{ МВт}$           | 20,00        | 10,00 | 10,00  | 20,00 |
| $\mathfrak{Z}^*, \text{ МВт}$            | 7,20         | 7,38  | 14,50  | 0,34  |
| $\mathfrak{Z}^*, \%$                     | 55,00        | 58,00 | 145,00 | 1,70  |

Примечание: запас устойчивости в мегаваттах определялся по выражению:

$$\mathfrak{Z}^* = \sqrt{\sum_{k=1}^2 (P_{Lk} - P_{0k})^2} = (1 + \alpha) \sqrt{\mathbf{R}^T \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{D}\mathbf{Y}} \right) \mathbf{M}^{-2} \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{D}\mathbf{Y}} \right)^T \mathbf{R}};$$

запас устойчивости в процентах рассчитывался так

$$\mathfrak{Z}^* = 100 \sqrt{\sum_{k=1}^2 \left( \frac{P_{Lk} - P_{0k}}{P_{0k}} \right)^2}.$$

Представленные в табл. 1 и на рис. 4 результаты позволяют сделать вывод о том, что на основе УПР может быть реализована эффективная методика оперативного определения запасов САУ для СЭС с установками РГ, применимая в задачах проектирования, а также оперативного и противоаварийного управления (ОУ и ПАУ). Невырожденность матрицы Якоби УПР в точке решения [6] обеспечивает надежность получения результатов, что весьма важно в задачах оперативного и противоаварийного управления.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАПАСОВ УСТОЙЧИВОСТИ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ ПРЕДЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ С ПОВЫШЕННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Возможен альтернативный подход к решению задачи определения запасов устойчивости, основанный на использовании следующей системы уравнений [6]:

$$\mathbf{V}(\mathbf{X}) = \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_0) = \mathbf{0}. \quad (9)$$

Для практического применения этих уравнений необходимо преодолеть описанную выше трудность, связанную с тем, что уравнения (9) балансируются при значениях параметров  $\mathbf{X} = \mathbf{X}_0$ , отвечающих исходному режиму. Для ее преодоления в систему (9) можно ввести дополнительную переменную и скалярное уравнение

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{V}(\mathbf{X}) &= \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_0) = \mathbf{0}; \\ u(\mathbf{X}, c) &= \mathbf{F}^T(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_0) \cdot \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_0) - 1 - c^2 = 0, \end{aligned} \right\} (10)$$

где  $c$  – переменная, которая определяет значение запаса устойчивости.

Результаты моделирования, выполненные применительно к схеме, показанной на рис. 3 б, проиллюстрированы на рис. 5 и в табл. 2.

Таблица 2. Запасы устойчивости  
 Table 2. Stability margins

| № | $P_{10}$ , МВт | $P_{20}$ , МВт | $\mathfrak{I}$ , МВт | $\mathfrak{I}^*$ , % |
|---|----------------|----------------|----------------------|----------------------|
|   | 5              | 5              | 21,52                | 430                  |
| 1 | 10             | 20             | 7,2                  | 55                   |
| 2 | 10             | 25             | 3,47                 | 25                   |
| 3 | 15             | 15             | 7,4                  | 49                   |
| 4 | 19             | 19             | 1,8                  | 9                    |
| 5 | 25             | 10             | 3,74                 | 28                   |

Примечание:  $\mathfrak{I} = \sqrt{\sum_{k=1}^2 (P_{Lk} - P_{0k})^2}$ .

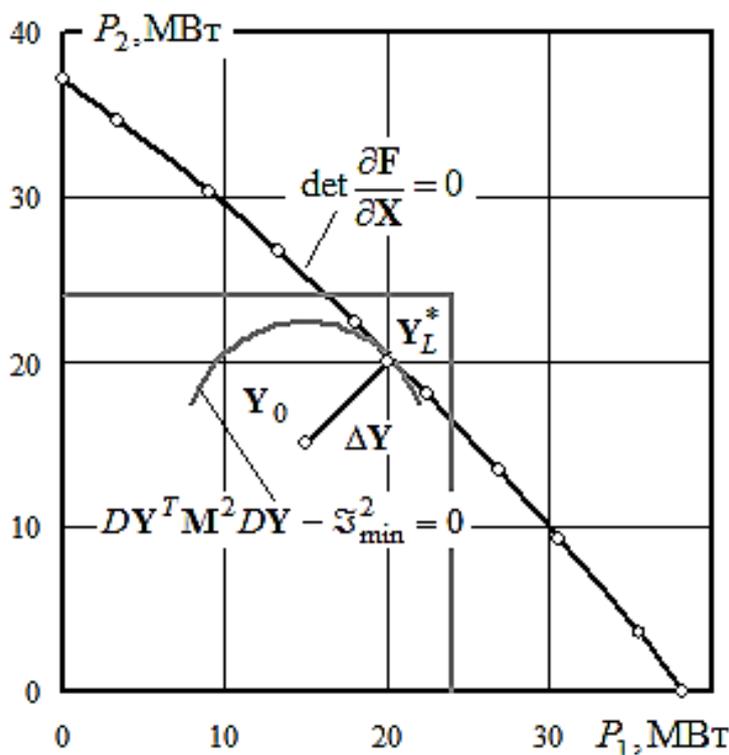


Рис. 5. Определение предельных режимов в направлении  $\Delta \mathbf{Y}^*$  с использованием уравнений предельных режимов повышенной нелинейности

Fig: 5. Determination of limiting modes in the direction  $\Delta \mathbf{Y}^*$  using limiting mode equations with increased nonlinearity

Таким образом, на основе уравнений (9) может быть реализован альтернативный подход к решению задачи оперативного определения запасов САУ. Однако уравнения (10) имеют повышенную нелинейность по сравнению с системой (8). Поэтому требуются дополнительные исследования, направленные на разработку алгоритмов, обеспечивающих надежную сходимость итерационных процессов их решения.

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Дополнительно проведено моделирование переходных процессов в системе Matlab для сети с установками РГ, схема которой представлена на рис. 3, при следующих значениях параметров  $Y$ :  $y_{10} = P_{10} = 15$  МВт;  $y_{20} = P_{20} = 15$  МВт (устойчивый режим);  $y_{10} = P_{10} = 23,7$  МВт;  $y_{20} = P_{20} = 17$  МВт (неустойчивый режим). В качестве установок РГ в исследуемой системе используются две малых ГЭС номинальной мощностью по 24 МВт, в качестве генераторов на которых используются синхронные машины (СМ). Схема модели, разработанной в системе Matlab, представлена на рис. 6. В ней использовались блоки пакетов моделирования системы Matlab. Системы возбуждения СМ (блоки

Excitation System1 и Excitation System2) моделировались аperiodическим звеном первого порядка с передаточной функцией:

$$\frac{1}{0,025s + 1}$$

Блок Hydraulic Turbine на рис. 6 включает модели главного сервомотора с изодромным регулятором, ограничителя и гидравлической турбины. Сервомотор с регулятором представлен следующей передаточной функцией:

$$\frac{0,1s + 1}{(0,1s + 1) \cdot (0,25s + 1) + n_i \cdot 0,1s}$$

где  $n_i$  – коэффициент усиления изодромного регулятора (при моделировании принимался равным 10 о.е.).

Для турбины применялась передаточная функция, учитывающая гидроудар

$$\frac{1 - a \cdot 0,344s}{1 + 0,5a \cdot 0,344s}$$

где  $a$  – положение открытия направляющего аппарата (принималось в диапазоне 0...1).

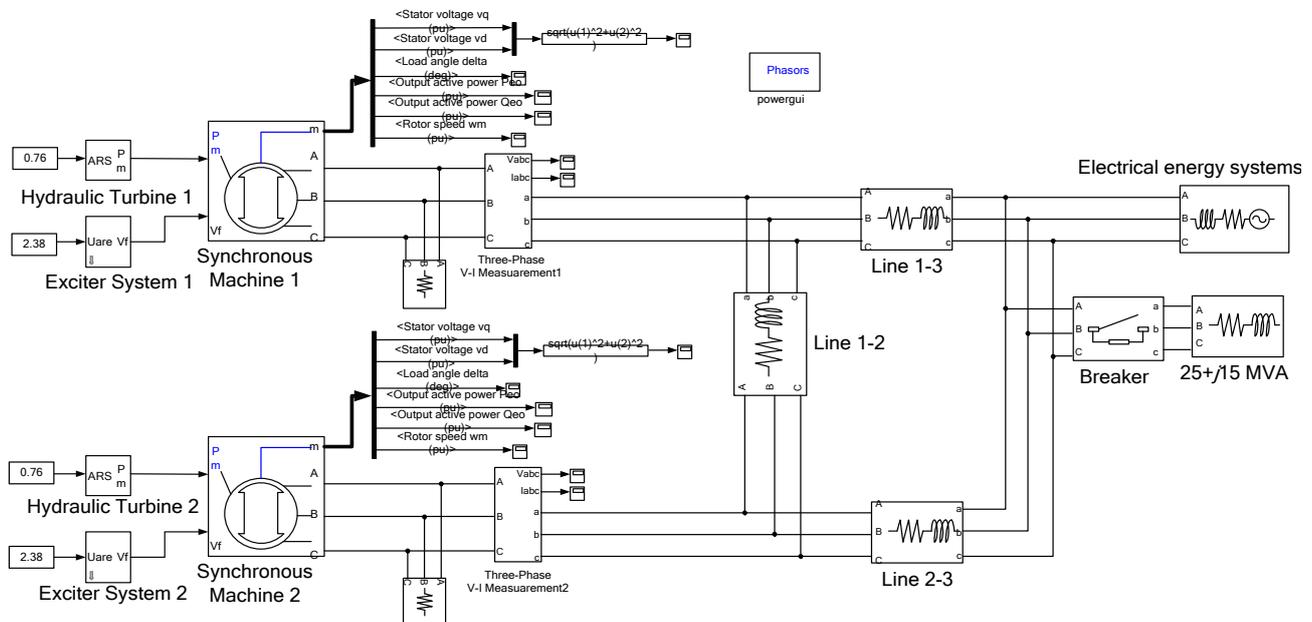


Рис. 6. Схема модели исследуемой сети в Matlab  
Fig. 6. Model diagram of the studied network in Matlab

Синхронные генераторы установок РГ моделировались блоком, отвечающим СМ и имеющим следующие параметры: номинальная мощность 24 МВ·А; напряжение 6 кВ; частота 50 Гц; постоянная инерции – 2,86 с; число пар полюсов – 3. Линии электропередач (блоки Line на рис. 6) представлялись в виде последовательно соединенных  $RL$  цепей, сопротивления которых указаны на рис. 3. Моделирование переходных процессов вы-

полнялось при кратковременном включении на подстанции ЭЭС нагрузки мощностью  $25 + j15$  МВ·А. Для чистоты эксперимента моделировались синхронные гидрогенераторы без автоматических регуляторов возбуждения и скорости. Результаты моделирования в виде временных зависимостей мощностей, скоростей вращения роторов и напряжений генератора РГ1 представлены на рис. 7.

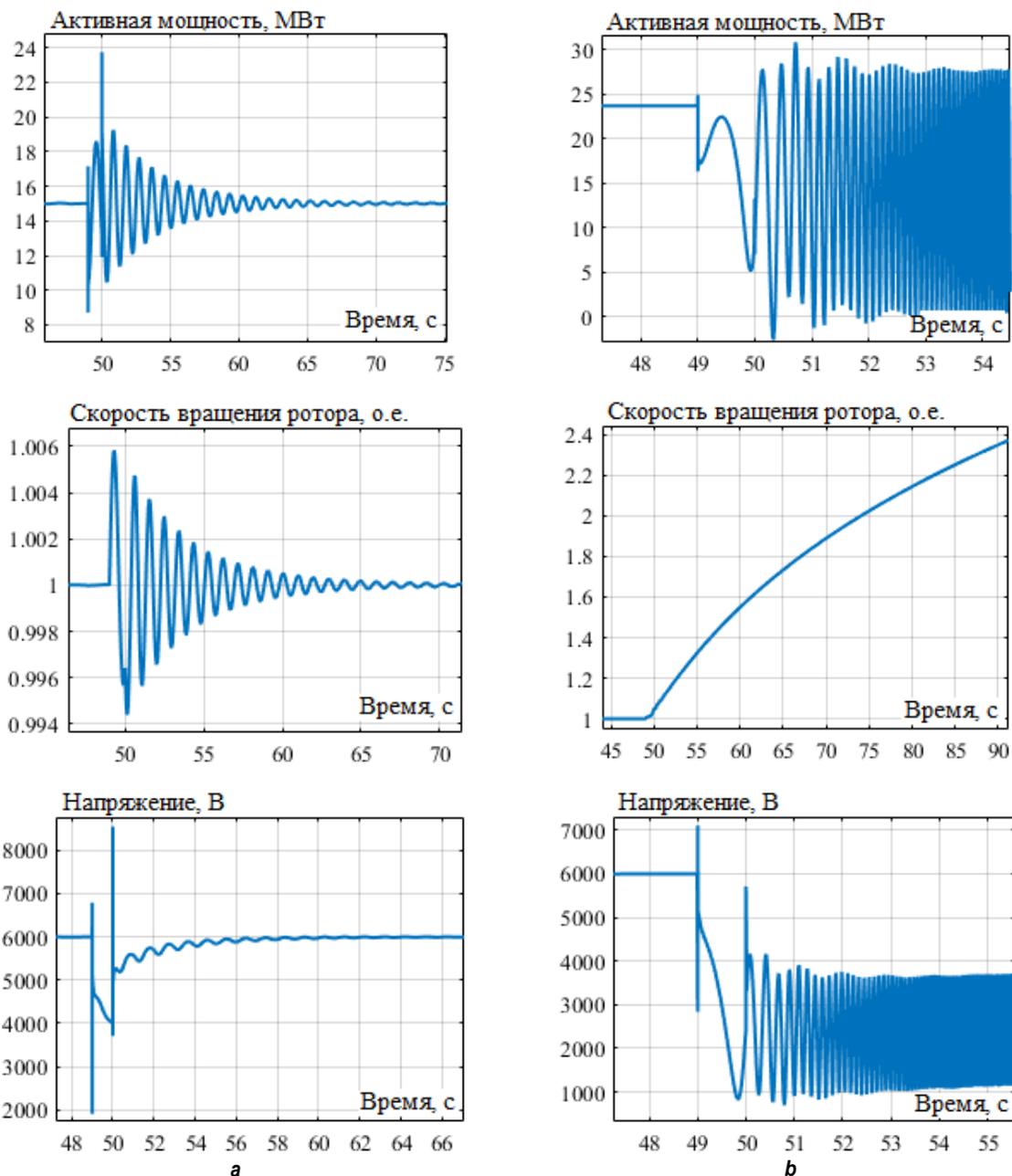


Рис. 7. Осциллограммы мощности, скорости вращения ротора и напряжения генератора установки РГ1 при кратковременном включении мощной нагрузки в полной схеме сети: а – устойчивый режим; б – неустойчивый режим  
 Fig. 7. Waveforms of power, rotor speed and DG1 plant generator voltage at a short-term enabling of a powerful load in the complete network diagram: a – stable mode; b – unstable mode



Результаты компьютерного моделирования подтвердили правильность определения запасов устойчивости ЭЭС с установками РГ, рассчитанные с помощью уравнений предельных режимов. При значениях параметров режима, находящегося вне области САУ и вносимом возмущении в ЭЭС в виде подключения дополнительной нагрузки, наблюдалась ожидаемая потеря устойчивости генераторов установок РГ (рис. 7 б).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ представленных выше результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. На основе уравнений предельных режимов возможно реализовать эффективную

методику оперативного определения областей запасов устойчивости в СЭС с установками РГ. Невырожденность матрицы Якоби УПР в точке решения обеспечивает надежность получения результатов, что весьма важно в задачах оперативного и особенно противоаварийного управления.

2. Альтернативный подход к решению задачи оперативного определения запасов САУ может быть реализован на основе УПР с повышенной нелинейностью.

3. Результаты компьютерного моделирования динамических процессов в среде Matlab подтверждают правильность расчета запасов устойчивости ЭЭС с использованием предлагаемой методики.

## Список литературы

1. Васин В.П., Кондакова В.Г. Исследование областей существования режима электроэнергетических систем с помощью степенных рядов // Известия Российской Академии наук. Энергетика. 1995. № 1. С. 47–57.
2. Ayuev B.I., Davydov V.V., Erokhin P.M. Fast and reliable method of searching power system marginal states // IEEE Transactions on Power Systems. 2016. Vol. 31. No. 6. P. 4525–4533. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2016.2538299>
3. Makarov Yu.V., Ma Jian, Dong ZhaoYang. Determining Static Stability Boundaries Using A Non-Iterative Method // IEEE Power Engineering Society General Meeting. 2007. <https://doi.org/10.1109/PES.2007.385897>
4. Кирштейн Б.Х., Литвинов Г.Л. Анализ установившихся режимов электроэнергетических систем и тропическая геометрия уравнений балансов мощности над комплексными мультиполями // Автоматика и телемеханика. 2014. Вып. 10. С. 110–124.
5. Гаджиев М.Г., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Управляемость, наблюдаемость и устойчивость электроэнергетических систем // Машиностроение: сетевой электронный научный журнал. 2017. Т. 5. № 1. С. 72–84.
6. Крюков А.В. Предельные режимы электроэнергетических систем. Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2012. 236 с.
7. Rugthaicharoencheep N., Aucharayamet S. Technical and economic impacts of distributed generation on distribution system // International Journal of Electrical, Electronic and Communication Sciences. 2012. Vol. 6. P. 385–389. <https://doi.org/10.5281/zenodo.1327636>
8. Buchholz B.M., Styczynski Z. Smart Grids – fundamentals and technologies in electricity networks. Heidelberg New York Dordrecht, London: Springer, 2014. 396 p.
9. Magdi S.M., Fouad M. AL-Sunni. Control and optimization of distributed generation systems. Cham: Springer International Publishing; Imprint: Springer, 2015. 578 p.
10. Voropai N.I., Stychinsky Z.A. Renewable energy sources: theoretical foundations, technologies, technical characteristics, economics. Magdeburg: Otto-von-Guericke-Universität, 2010. 223 p.
11. Saleh M.S., Althaibani A., Esa Y., Mhandi Y., Mohamed A.A. Impact of clustering microgrids on their stability and resilience during blackouts // Proceedings on International Conference on Smart Grid and Clean Energy Technologies. New York: IEEE, 2016. P. 195–200. [Электронный ресурс]. URL: [https://academicworks.cuny.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1623&context=cc\\_pubs](https://academicworks.cuny.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1623&context=cc_pubs) (12.05.2020).
12. Mohsen F., Saberian A.M., Hashim H., Mohd A.M.R. Application of smart power grid in developing countries // IEEE 7th International Power Engineering and Optimization Conference. 2013. <https://doi.org/10.1109/PEOCO.2013.6564586>
13. Wang Jun, Huang Alex Q., Sung Woongje, Yu Liu, Baliga B.J. Smart Grid technologies // IEEE Industrial Electronics Magazine. 2009. Vol. 3. Issue 2. P. 16–23. <https://doi.org/10.1109/MIE.2009.932583>
14. Shen Xinwei, Zhu Shouzhen, Zheng Jinghong, Han Yingduo, Li Qingsheng, Nong Jing, et al. Active distribution network expansion planning integrated with centralized and distributed Energy Storage System // IEEE General Meeting Power & Energy Society. 2015. <https://doi.org/10.1109/PESGM.2015.7286069>
15. Martínez Ceseña E., Capuder T., Mancarella P. Flexible distributed multienergy generation system expansion planning under uncertainty // IEEE Power and Energy Society General Meeting (Boston, 17–21 July 2016). Boston: IEEE, 2016. Vol. 7. P. 348–357. <https://doi.org/10.1109/PESGM.2016.7741088>
16. Olivares D.E., Etemadi A.H., Kazerani M., Gomis-Bellmunt O., Palma-Behnke R. Trends in Microgrid control // IEEE Transactions on Smart Grid. 2014. Vol. 5. No. 4. P. 1905–1919.
17. Ellabban O., Abu-Rub H., Blaabjerg F. Renewable energy resources: current status, future prospects and their enabling technology // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2014. Vol. 39. P. 748–764. <https://doi.org/10.1016/J.RSER.2014.07.113>
18. Xie Wenjing, Xia Xiaohua. Distributed energy dispatch of electrical energy storage systems using consensus control approach // IFAC-PapersOnLine. 2018. Vol. 51. Issue 13. P. 229–234.

<https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.07.283>  
19. Bulatov Yu., Kryukov A. Prevention of outages in power systems with distributed generation plants // *Energy Systems Research*. 2019. Vol. 2. No. 1. P. 68–83.  
20. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V. Emergency control in

power supply systems with distributed generation plants // *International Russian Automation Conference (Sochi, 9–16 September 2018)*. Sochi: IEEE, 2019. P. 38–42.  
<https://doi.org/10.1109/RUSAUTOCON.2018.8501807>

## References

1. Vasin VP, Kondakova VG. Studying the existence domains of the electric power system mode using power series. *Известия Российской академии наук. Энергетика. Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Energetika = Thermal Engineering*. 1995;1:47–57. (In Russ.)
2. Ayuev BI, Davydov VV, Erokhin PM. Fast and reliable method of searching power system marginal states. In: *IEEE Transactions on Power Systems*. 2016;31(6):4525–4533. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2016.2538299>
3. Makarov YuV, Ma Jian, Dong ZhaoYang. Determining static stability boundaries using a non-iterative method. In: *IEEE Power Engineering Society General Meeting*. 2007. <https://doi.org/10.1109/PES.2007.385897>
4. Kirshtein BKH, Litvinov GL. Analyzing stable regimes of electrical power systems and tropical geometry of power balance equations over complex multifields. *Avtomatika i Telemekhanika = Automation and Remote Control*. 2014;75(10):1802–1813. (In Russ.)
5. Gadjiyev MH, Misrikhanov MSh, Ryabchenko VN. Controllability, observability and stability of electric power systems (review copyright results). *Mashinostroenie: setevoy elektronnyj nauchnyj zhurnal*. 2017;5(1):72–84. (In Russ.)
6. Kryukov AV. *Limiting modes of electric power systems*. Irkutsk: Irkutsk State Technical University; 2012, 236 p. (In Russ.)
7. Rugthaicharoencheep N, Auchariyamet S. Technical and economic impacts of distributed generation on distribution system. *International Journal of Electrical, Electronic and Communication Sciences*. 2012;6:385–389. <https://doi.org/10.5281/zenodo.1327636>
8. Buchholz BM, Styczynski Z. *Smart Grids – fundamentals and technologies in electricity networks*. Heidelberg New York Dordrecht, London: Springer; 2014, 396 p.
9. Magdi SM, Fouad M. AL-Sunni. *Control and optimization of distributed generation systems*. Cham: Springer International Publishing; Imprint: Springer; 2015, 578 p.
10. Voropai NI, Stychinsky ZA. *Renewable energy sources: theoretical foundations, technologies, technical characteristics, economics*. Magdeburg: Otto-von-Guericke-Universität; 2010, 223 p.
11. Saleh MS, Althaibani A, Esa Y, Mhandi Y, Mohamed AA. Impact of clustering microgrids on their stability and resilience during blackouts. In: *Proceedings on International Conference on Smart Grid and Clean Energy Technologies*. New York: IEEE; 2016, p. 195–200. Available from: [https://academicworks.cuny.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1623&context=cc\\_pubs](https://academicworks.cuny.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1623&context=cc_pubs) [Accessed 12th May 2020].
12. Mohsen F, Saberian AM, Hashim H, Mohd AMR. Application of smart power grid in developing countries. In: *IEEE 7th International Power Engineering and Optimization Conference*. 2013. <https://doi.org/10.1109/PEOCO.2013.6564586>
13. Wang Jun, Huang Alex Q, Sung Woongje, Yu Liu, Baliga BJ. Smart Grid technologies. In: *IEEE Industrial Electronics Magazine*. 2009;3(2):16–23. <https://doi.org/10.1109/MIE.2009.932583>
14. Shen Xinwei, Zhu Shouzhen, Zheng Jinghong, Han Yingduo, Li Qingsheng, Nong Jing, et al. Active distribution network expansion planning integrated with centralized and distributed Energy Storage System. In: *IEEE General Meeting Power & Energy Society*. 2015. <https://doi.org/10.1109/PESGM.2015.7286069>
15. Martínez Ceseña E, Capuder T, Mancarella P. Flexible distributed multienergy generation system expansion planning under uncertainty. In: *IEEE Power and Energy Society General Meeting*. 17–21 July 2016, Boston. Boston: IEEE; 2016, vol. 7, p. 348–357. <https://doi.org/10.1109/PESGM.2016.7741088>
16. Olivares DE, Etemadi AH, Kazerani M, Gomis-Bellmunt O, Palma-Behnke R. Trends in microgrid control. In: *IEEE Transactions on Smart Grid*. 2014;5(4):1905–1919.
17. Ellabban O, Abu-Rub H, Blaabjerg F. Renewable energy resources: current status, future prospects and their enabling technology. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2014;39:748–764. <https://doi.org/10.1016/J.RSER.2014.07.113>
18. Xie Wenjing, Xia Xiaohua. Distributed energy dispatch of electrical energy storage systems using consensus control approach. *IFAC-PapersOnLine*. 2018;51(13):229–234. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.07.283>
19. Bulatov Yu, Kryukov A. Prevention of outages in power systems with distributed generation plants. *Energy Systems Research*. 2019;2(1):68–83.
20. Bulatov YuN, Kryukov AV. Emergency control in power supply systems with distributed generation plants. In: *International Russian Automation Conference*. 9–16 September 2018, Sochi. Sochi: IEEE; 2019, p. 38–42. <https://doi.org/10.1109/RUSAUTOCON.2018.8501807>

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Булатов Юрий Николаевич**,  
кандидат технических наук, доцент,  
заведующий кафедрой электроэнергетики  
и электротехники,  
Братский государственный университет,  
665709, г. Братск, ул. Макаренко, 40, Россия;  
e-mail: bulatovyura@yandex.ru

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Yuri N. Bulatov**,  
Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor,  
Head of the Department of Electric Power Engineering  
and Electrical Engineering,  
Bratsk State University,  
40, Makarenko St., Bratsk 665709, Russia;  
e-mail: bulatovyura@yandex.ru



**Крюков Андрей Васильевич,**  
доктор технических наук, профессор,  
профессор кафедры электроснабжения  
и электротехники,  
Иркутский национальный исследовательский  
технический университет,  
664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, Россия;  
профессор кафедры электроэнергетики транспорта,  
Иркутский государственный университет  
путей сообщения,  
664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15, Россия;  
e-mail: and\_kryukov@mail.ru

**Суслов Константин Витальевич,**  
доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой электроснабжения  
и электротехники,  
Иркутский национальный исследовательский  
технический университет,  
664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, Россия;  
✉ e-mail: souslov@istu.edu

**Черепанов Александр Валерьевич,**  
кандидат технических наук,  
доцент кафедры электроэнергетики транспорта,  
Иркутский государственный университет  
путей сообщения,  
664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15, Россия;  
e-mail: smart\_grid@mail.ru

#### Заявленный вклад авторов

Булатов Ю.Н. участвовал в разработке методов экспресс-расчетов запасов САУ в ЭЭС с установками РГ, выполнил моделирование в Matlab переходных процессов в исследуемой ЭЭС для различных точек пространства регулируемых параметров режима. Крюков А.В. участвовал в разработке методов экспресс-расчетов запасов САУ в ЭЭС с установками РГ, рассчитал области САУ для исследуемой электрической сети с установками распределенной генерации. Суслов К.В. и РГ. Черепанов А.В. участвовали в разработке методов экспресс-расчетов запасов САУ в ЭЭС с установками РГ.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

#### Информация о статье

Статья поступила в редакцию 13.10.2020; одобрена после рецензирования 16.12.2020; принята к публикации 26.02.2021.

**Andrey V. Kryukov,**  
Dr. Sci. (Eng.), Professor,  
Professor of the Department of Power Supply  
and Electrical Engineering,  
Irkutsk National Research Technical University,  
83, Lermontov St., Irkutsk 664074, Russia;  
Professor of the Department of Electric  
Power Engineering of Transport,  
Irkutsk State Transport University,  
15, Chernyshevsky St., Irkutsk 664074, Russia;  
e-mail: and\_kryukov@mail.ru

**Konstantin V. Suslov,**  
Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor,  
Head of the Department of Power Supply  
and Electrical Engineering,  
Irkutsk National Research Technical University,  
83, Lermontov St., Irkutsk 664074, Russia;  
✉ e-mail: souslov@istu.edu

**Alexander V. Cherepanov,**  
Cand. Sci. (Eng.),  
Associate Professor of the Department  
of Electric Power Engineering of Transport,  
Irkutsk State Transport University,  
15, Chernyshevsky St., Irkutsk 664074, Russia;  
e-mail: smart\_grid@mail.ru

#### Contribution of the authors

Bulatov Yu.N. participated in the development of express calculation methods of static aperiodic stability (SAS) margins in electrical energy systems (EES) with distributed generation (DG) plants; performed a Matlab simulation of transient processes in the studied EES for various points of the space of mode controlled parameters. Kryukov A.V. participated in the development of express calculation methods of SAS margins in EES with DG plants, calculated SAS areas for the investigated electrical network with distributed generation plants. Suslov K.V. and Cherepanov A.V. participated in the development of express calculation methods of SAS margins in EES with DG plants.

#### Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests.

*The final manuscript has been read and approved by all the co-authors.*

#### Information about the article

The article was submitted 13.10.2020; approved after reviewing 16.12.2020; accepted for publication 26.02.2021.