



Оригинальная статья / Original article

УДК 004.942:001.57

DOI: <http://dx.doi.org/10.21285/1814-3520-2018-11-89-96>

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ ЦАПФ МЕЛЬНИЦ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРИСТАВНОГО СТАНКА

© О.В. Бестужева¹

Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
308015, Российская Федерация, г. Белгород, ул. Победы, 85.

РЕЗЮМЕ: При производстве строительных материалов применяют шаровые мельницы. В процессе эксплуатации оборудование приходит в негодность, основные узлы мельниц – цапфы – изнашиваются, теряя цилиндричность рабочей поверхности. Для восстановления цапф применяют приставной станок с ротационным резцом, позволяющий производить обработку на месте эксплуатации. Разработана математическая модель, представляющая собой совокупность технических ограничений. Описаны входные параметры и целевая функция. Найдены оптимальные значения режимов резания на основе метода линейного программирования. Найдены рациональные значения режимов резания при обработке цапфы в период ее ремонта для оптимизации процесса восстановления. Используется метод линейного программирования. Получена область оптимальных значений технологических параметров ротационной обработки цилиндрических поверхностей цапфы с применением приставного станка при восстановлении мельницы.

Ключевые слова: математическое моделирование, оптимизация режимов резания, метод линейного программирования, ротационная обработка, восстановление цапфы, ремонт мельницы

Информация о статье: Дата поступления 17 октября 2018 г.; дата принятия к печати 30 октября 2018 г.; дата онлайн-размещения 30 ноября 2018 г.

Для цитирования: Бестужева О.В. Математическая модель оптимизации режимов резания при восстановлении цапф мельниц с применением приставного станка. *Вестник Иркутского государственного технического университета*. 2018;22(11):89–96. DOI: 10.21285/1814-3520-2018-11-89-96.

MATHEMATICAL MODEL FOR CUTTING MODE OPTIMIZATION WHEN RESTORING MILL PIVOT PINS WITH ADD-ON MACHINE-TOOL APPLICATION

Olga .V. Bestuzheva

Belgorod National Research University,
85 Pobeda St., Belgorod 308015, Russian Federation

ABSTRACT: Ball mills are used in the production of building materials. In the process of operation the equipment degrades, pivot pins as the main components of mills wear out losing the cylindrical shape of their working surface. To restore pivot pins an add-on machine-tool with a rotary cutter is used. It allows to perform on-site machining. A mathematical model including a set of technical limitations is developed. The input parameters and the target function are described. Using a linear programming method, the optimal values of the cutting modes are found. The rational values of the cutting modes when pivot pin machining in the period of its repair are found to optimize the restoration process. The method of linear programming is used. The area of optimal region of technological parameters of pivot pin cylindrical surface rotary machining with the use of the add-on machine-tool in mill restoration is obtained.

Keywords: mathematical modeling, optimization of cutting conditions, the method of linear programming, rotary machining, rebuilding axles, repair of the mill

¹Бестужева Ольга Васильевна, старший преподаватель кафедры прикладной информатики и информационных технологий, e-mail: bestuzheva@bsu.edu.ru
Bestuzheva Olga Vasilievna, Senior Lecturer of the Department of Applied Informatics and Information Technologies, e-mail: bestuzheva.o@yandex.ru



Information about the article: Received 17 October, 2018; accepted for publication 30 October, 2018; available online 30 November, 2018.

For citation: Bestuzheva O.V. Mathematical model for cutting mode optimization when restoring mill pivot pins with add-on machine-tool application. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Proceedings of Irkutsk State Technical University*. 2018;22(11):pp. 89–96. (In Russ.) DOI: 10.21285/1814-3520-2018-11-89-96.

Введение

Производство строительных материалов предполагает применение различного крупногабаритного оборудования, главным фактором повышения эффективности которого является надежность [1, 2]. Качество монтажных работ, своевременный ремонт и техническое обслуживание оказывает существенное влияние на повышение надежности оборудования при эксплуатации [3].

Для тонкого помола сырья в индустрии стройматериалов используют шаровые мельницы. Основным элементом такого оборудования является барабан, установленный на подшипниках и приводимый во вращение через редуктор. Загрузка и выгрузка материала производится через полые цапфы, также выполняющую роль несущих узлов. При исследовании наружной поверхности цапфы определена их неуравновешенность и несоосность [4]. В следствие постоянных динамических нагрузок появляется повышенный износ поверхности скольжения, теряется цилиндрическая форма цапфы, приобретая форму, близкую к усеченному конусу.

Разработан способ восстановления цапфы на месте эксплуатации, снижающий временные затраты на капитальный ремонт мельницы [5, 6]. Данный способ обработки поверхности вращения цапфы подразумевает применение приставного станка [7] с механической обработкой ротационным резцом [8]. При обработке цилиндрических поверхностей цапфы приставным станком расчет сил резания, действующих на ротационный резец, отличается от обработки традиционным резцом ввиду существенных кинематических параметров инструментов и их установки относительно обрабатываемой поверхности [9]. При ротационной обработке цапфы составляющие силы резания P_x , P_y , P_z имеют отличные значения – величины углов режущей кромки ротационного резца характеризуют зависимость от режимов резания, при этом нагрузка при работе ротационного резца влияет на расчет прочности и жесткости ротационного резца [10].

Определение оптимальных значений режима резания при восстановлении цапфы

Оптимальные режимы резания определяются на основе метода линейного программирования [11, 12], заключающегося в описании целевой функции и входных параметров линейными уравнениями и нахождении экстремума. Для упрощения целевой функции при оптимизации режимов резания построена математическая модель, которая включает в себя совокупность технических ограничений линейного вида. В данном случае, решение задачи оптимальности при ротационной обработке представляется графическим способом [13].

Достоверность математической модели процесса ротационного резания обуславливается выбранными технологическими ограничениями, которыми определяют описываемый процесс обработки. Учитывая особенность ротационной обработки на приставном станке, ограничения введены не только технологические, но и геометрические параметры технологической системы.

Технология восстановления цапфы мельницы с применением приставного станка характеризуется наибольшей зависимостью возникающих сил резания, глубины резания, частоты вращения, шероховатости [14]. Таким образом, для моделирования процесса обработки



введены следующие ограничения:

- составляющая силы резания P_x , характеризующая смещением оси восстанавливаемой цапфы на базирующую поверхность роlikоопор;
- составляющая силы резания P_y , характеризующая силой отжима ротационного резца от обрабатываемой поверхности цапфы;
- составляющая силы резания P_z , характеризующая обеспечением мощности привода приставного станка;
- величина шероховатости цилиндрической поверхности восстанавливаемой цапфы;
- максимальная и минимальная величина частоты вращения цапфы, характеризующая параметрами вспомогательного привода мельницы;
- максимальная и минимальная величина глубины резания, характеризующая обеспечением цилиндрической формы поверхности цапфы при обработке.

Установлена зависимость вводимых ограничений от варьируемых параметров процесса ротационной обработки при построении математической модели [15]:

1. Допустимое значение составляющей силы резания P_x , характеризующей смещением оси восстанавливаемой цапфы на базирующую поверхность роlikоопор.

Данное ограничение характеризуется зависимостью силы резания и препятствующей смещению оси цапфы сил трения:

$$P_x < F_f. \quad (1)$$

F_f – это возникающая между цапфой и роlikоопорами сила трения, рассчитываемая как:

$$F_f = 4 \cdot M \cdot f \cdot \cos 30^\circ, \quad (2)$$

где M – масса цапфы, $f=0,15$ – коэффициент трения скольжения.

Формула силы резания [16]:

$$P_y = 10 \cdot C_{p_y} \cdot t^{x_y} \cdot S^{y_y} \cdot V^{n_y} \cdot K_p, \quad (3)$$

где $V = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{1000}$ – скорость резания; C_{p_y} , x_y ; y_y ; n_y – справочные коэффициенты и показатели, зависящие от условий обработки; K – коэффициент запаса.

Техническое ограничение преобразовано в линейный вид:

$$x_x \cdot \ln(t) + n_x \cdot \ln(n) < \ln \left(\frac{1000^{n_x} \cdot F_f}{10 \cdot C_{p_x} \cdot S^{y_x} \cdot (\pi D)^{n_x} \cdot K_{p_x}} \right). \quad (4)$$

Введены обозначения: $x_1 = \ln(t)$; $x_2 = \ln(n)$; $a_3 = \ln \left(\frac{1000^{n_x} \cdot F_f}{10 \cdot C_{p_x} \cdot S^{y_x} \cdot (\pi D)^{n_x} \cdot K_{p_x}} \right)$, тогда

выражение (4) примет вид:

$$x_x \cdot x_1 + n_x \cdot x_2 < a_3. \quad (5)$$

2. Допустимая составляющая силы резания P_y , характеризующая силой отжима ротационного резца от обрабатываемой поверхности цапфы.



Ограничение характеризует влияние жесткости восстанавливаемой цапфы и радиальной составляющей силы резания [16]:

$$P_y < \frac{I \cdot E}{l_d^3} \quad (6)$$

где $I=0,05 \cdot D^4$ – осевой момент инерции сечения восстанавливаемой цапфы с диаметром D , мм⁴; $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа – модуль продольной упругости; l_d – длина цапфы, мм.

Подстановка в неравенство приводит к следующему результату:

$$x_y \cdot \ln(t) + n_y \cdot \ln(n) < \ln \left(\frac{1000^{n_y} \cdot I \cdot E}{10 \cdot C_{P_y} \cdot S^{y_y} \cdot (\pi \cdot D)^{n_y} \cdot K_{P_y} \cdot l_d^3} \right). \quad (7)$$

Техническое ограничение примет вид

$$x_y \cdot x_1 + n_y \cdot x_2 < a_2. \quad (8)$$

3. Допустимая составляющая силы резания P_z , характеризующаяся обеспечением мощности привода приставного станка.

Ограничение характеризует зависимость затраченной мощности процесса резания и мощности привода станка. Данное ограничение определяет возможность осуществления процесса обработки

$$N_{\text{резания}} < N_{\text{привода станка}}. \quad (9)$$

Техническое ограничение приведено в линейный вид:

$$x_z \cdot \ln(t) + (n_z + 1) \cdot \ln(n) < \ln \left(\frac{N_{\text{привода}} \cdot 1000^{n_z+1} \cdot 1020 \cdot 60}{10 \cdot C_{P_z} \cdot S^{y_z} \cdot (\pi D)^{n_z+1} \cdot K_{P_z}} \right). \quad (10)$$

Тогда

$$x_z \cdot x_1 + (n_z + 1) \cdot x_2 < a_1. \quad (11)$$

4. Допустимая величина шероховатости цилиндрической поверхности восстанавливаемой цапфы.

Ограничение характеризует зависимость между качеством поверхности цапфы и геометрическими параметрами ротационного резца. Техническое требование, предъявляемое к поверхности цапфы – шероховатость $Ra \leq 2,5$ мкм.

Определена величина шероховатости для ротационной обработки:

$$Ra = k_0 \cdot \frac{s^{k_1} \cdot (90 + \gamma)^{k_4}}{r^{k_2} \cdot V^{k_3}}, \quad (12)$$

где S – подача; V – скорость резания; γ – передний угол ротационного резца; r – радиус ре-



жущей чаши резца; $k_0 = 41,8$; $k_1 = 0,75$; $k_2 = 0,55$; $k_3 = 1,38$; $k_4 = 0,25$ – показатели степеней, определяющих условия обработки.

Преобразование выражения (11) приводит к следующему результату:

$$n^{k_3} \leq \frac{k_0 \cdot s^{k_1} \cdot (90 + \gamma)^{k_4} \cdot 1000^{k_3}}{Ra \cdot r^{k_2} \cdot (\pi D)^{k_3}}. \quad (13)$$

Производится замена:

$$k_3 \cdot x_2 \leq a_4. \quad (14)$$

5. Допустимая максимальная и минимальная величина частоты вращения цапфы, характеризующая параметрами вспомогательного привода мельницы.

Ограничение характеризуется зависимостью частоты вращения от технологических параметров и представляет собой систему из двух неравенств:

$$x_2 \geq a_7; \quad (15)$$

$$x_2 \leq a_8, \quad (16)$$

где

$$x_2 = \ln(n), \quad (17)$$

$$a_7 = \ln(n_{\max}), \quad (18)$$

$$a_8 = \ln(n_{\min}). \quad (19)$$

6. Допустимая максимальная и минимальная величина глубины резания, характеризующаяся обеспечением цилиндрической формы поверхности цапфы при обработке.

Ограничение характеризуется технологическими параметрами ротационного резца и представляет собой систему из двух неравенств:

$$x_1 \geq a_5; \quad (20)$$

$$x_1 \leq a_6, \quad (21)$$

где

$$x_1 = \ln(t), \quad (22)$$

$$a_5 = \ln(t_{\max}), \quad (23)$$

$$a_6 = \ln(t_{\min}). \quad (24)$$



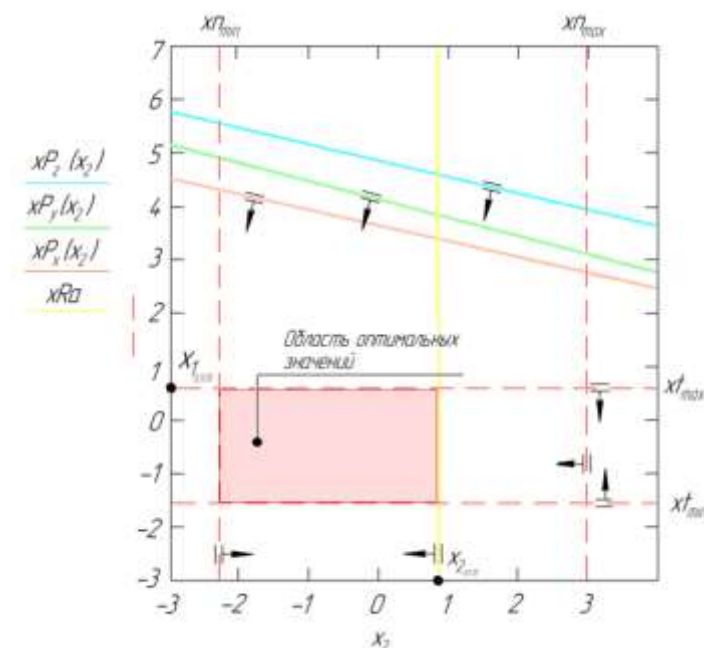
Математическая модель оптимизации режимов резания при обработке цапф мельниц с применением приставного станка представляет совокупность неравенств, показывающая зависимость соответствующих вводимых ограничений и варьируемых параметров и имеет следующий вид [17, 18]:

$$\begin{aligned}
 x_z \cdot x_1 + (n_z + 1) \cdot x_2 &< a \\
 x_y \cdot x_1 + n_y \cdot x_2 &< a_2 \\
 x_x \cdot x_1 + n_x \cdot x_2 &< a_3 \\
 k_3 \cdot x_2 &\leq a_4 \\
 x_1 &\geq a_5 \\
 x_1 &\leq a_6 \\
 x_2 &\geq a_7 \\
 x_2 &\leq a_8 \\
 \hline
 f_0 &= (x_1 + x_2)_{\max}
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

Оптимальные параметры процесса обработки цапфы ротационным резцом найдены при $x_1, x_2 \geq 0$, возможные значения $x_{1\text{опт}}$ и $x_{2\text{опт}}$, соответствующие максимальному значению линейной функции – $f_{0\text{max}}$:

$$t_{\text{опт}} = e^{x_{1\text{опт}}}, n_{\text{опт}} = e^{x_{2\text{опт}}}.$$
(26)

Нахождение оптимальных значений производится по средствам MathCAD графическим методом. Все ограничения задаются прямыми, которые определяет существование решения. Область оптимальных значений параметров получается из пересечения ограничительных прямых и осей координат. Полученная область допустимых решений представлена на рисунке.



Модель для оптимизации режимов ротационной обработки цапфы
с применением приставного станка в графическом виде
Optimization model of pivot pin rotatory machining modes
with the application of an add-on machine-tool in a graphic form



Представленная математическая модель графическим способом для нахождения оптимальных параметров при ротационной обработке цапфы с применением приставного станка имеет следующие исходные данные [19]:

$$\begin{aligned} - t_{max} &= 2 \text{ мм}; t_{min} = 0,2 \text{ мм}; \\ - n_{max} &= 0,1 \text{ об / мин}; n_{min} = 20 \text{ об / мин}; \\ - Ra &= 2,5 \text{ мкм}. \end{aligned}$$

Обработка результатов моделирования при ротационной обработке цапфы приводит к нахождению оптимальных значений параметров [20]:

$$\begin{aligned} x_{1_{\text{опт}}} &= \ln(t) = 0,693 \rightarrow t_{\text{опт}} = 2 \text{ мм}; \\ x_{2_{\text{опт}}} &= \ln(n) = 0,916 \rightarrow n_{\text{опт}} = 2,5 \text{ об / мин}. \end{aligned}$$

Выводы

Получена область оптимальных значений технологических параметров ротационной обработки цилиндрических поверхностей цапфы с применением приставного станка при восстановлении мельницы. С учетом введенных ограничений – составляющих сил резания, шероховатости, глубины резания и частоты вращения, найдены оптимальные значения: $t_{\text{опт}} = 2 \text{ мм}; n_{\text{опт}} = 2,5 \text{ об / мин}$.

Библиографический список

1. Рудик Ф.Я. Юдаев Н.В., Буйлов В.Н.. Монтаж, эксплуатация и ремонт оборудования перерабатывающих предприятий. М.: ГИОРД, 2008. 352 с.
2. Зорин В.А. Технология машиностроения, производство и ремонт подъемно-транспортных, строительных и дорожных машин. М.: Академия, 2010. 576 с.
3. Ревенко Н.Ф., Семенов В.В., Схиртладзе А.Г. Экономика ремонта и обслуживания оборудования предприятий. М.: ООО "ТНТ", 2012. 456 с.
4. Uncertainty in Industrial Practice: A Guide to Quantitative Uncertainty Management. М., 2008. 364 с.
5. Бестужева О.В., Федоренко М.А., Бондаренко Ю.А. Определение рациональных параметров ротационной обработки поверхностей вращения при восстановлении крупногабаритных деталей // Вестник Белгородского государственного технического университета им. В.Г. Шухова. 2016. № 12. С. 121–125. DOI: 10.12737/22647
6. Бестужева О.В., Федоренко М.А., Бондаренко Ю.А. Экспериментальное исследование восстановления поверхности вращения крупногабаритных деталей промышленного оборудования // Вестник Белгородского государственного технического университета им. В.Г. Шухова. 2016. № 11. С. 122–127. DOI: 10.12737/22353
7. Пат. № 166615, Российская Федерация, МПК В23В 5/00. Станок для обработки цапф помольных мельниц / О.В. Бестужева, Ю.А. Бондаренко, М.А. Федоренко, Ю.Г. Липчанская; заявитель и патентообладатель: О.В. Бестужева № 2016104065/02, 09.02.2016; заявл. 09.02.2016; опубл. 10.12.2016, Бюл. № 30.
8. Ящерицын П.И., Борисенко А.В., Дривотин И.Г., Лебедев В.Я. Ротационное резание материалов. Минск: Наука и техника, 1987. 229 с.
9. Conejo A.J., Castillo E., Minguez R., Garcia-Bertrand R. Decomposition Techniques in Mathematical Programming: Engineering and Science Applications. 2006. 541 p.
10. Кане М.М. Управление качеством продукции машиностроения. М.: Машиностроение, 2010. 416 с.
11. Акулович Л.М., Шелег В.К. Основы автоматизированного проектирования технологических процессов в машиностроении. М.: Инфра-М-Новое знание, 2016. 488 с.
12. Федоткин И.М. Математическое моделирование технологических процессов. М.: Либроком, 2011. 416 с.
13. Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория оптимального эксперимента: учебное пособие. М.: Наука, 1987. 320 с.
14. Маркова О.В. Математическая модель оптимизации обработки цилиндрических поверхностей крупногабаритного вращающегося оборудования // Труды ГОСНИТИ. 2015. Т. 119. № 5. С. 219–224.
15. Нинул. А.С. Оптимизация целевых функций. Аналитика. Численные методы. Планирование эксперимента. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 336 с.
16. Косилова А.Г. Справочник технолога-машиностроителя. Т. 2. М.: Машиностроение, 1986. 493 с.
17. Волосухин В.А., Тищенко А.И. Планирование научного эксперимента. М.: РИОР, Инфра-М, 2014. 176 с.
18. Сидняев Н.И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных. М.: Юрайт, 2015. 496 с.
19. Верещака А.С., Кушнер В.С. Резание материалов. М.: Высш. школа, 2009. 536 с.
20. Troltsch F. Optimal Control of Partial Differential Equations: Theory, Methods and Applications (Graduate Studies in Mathematics). AMS, 2010. 408 p.



References

1. Rudik F.Ya. Yudaev N.V., Builov V.N.. Montazh, ekspluatatsiya i remont oborudovaniya pererabaty-vayushchikh predpriyatii [Installation, operation and repair of processing enterprise equipment]. Moscow: GEORGE Publ., 2008. 352 p. (In Russian)
2. Zorin V.A. Tekhnologiya mashinostroeniya, proizvodstvo i remont pod"emno-transportnykh, stroitel'nykh i dorozhnykh mashin [Engineering technology, production and repair of hoisting-and-transport, construction and road machines]. Moscow: Academy Publ., 2010. 576 p. (In Russian)
3. Revenko N.F., Semenov V.V., Skhirtladze A.G. Ekonomika remonta i obsluzhivaniya oborudovaniya predpriyatii [Economy of repair and maintenance of enterprise equipment]. Moscow: LLC "TNT" Publ., 2012. 456 p. (In Russian)
4. Uncertainty in Industrial Practice: A Guide to Quantitative Uncertainty Management. Moscow, 2008. 364 p. (In Russian)
5. Bestuzheva O.V., Fedorenko M.A., Bondarenko Yu.A. Determination of rational parameters of rotary surface treatment rotation when restoring large parts] Vestnik Belgorodskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. V.G. Shukhova [Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov]. 2016, no. 12, pp. 121–125. (In Russian)
6. Bestuzheva O.V., Fedorenko M.A., Bondarenko Yu.A. Experimental study of the recovery of a surface of revolution of large parts of industrial equipment. Vestnik Belgorodskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. V.G. Shukhova [Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov]. 2016, no. 11, pp. 122–127. (In Russian)
7. Pat. 166615 Grew. Federation: IPC V23V 5/00. O. V. Bestuzhev, A. Bondarenko, M. A. Fedorenko, Y. G. Lipchanskaya; applicant and patentee: Bestuzheva V. O. Machine-tool for grinding mill trunnion processing. No. 2016104065/02, 9 February 2016; Appl. 9 February 2016; publ. 10 December 2016, bull. no. 30.
8. Yashcheritsyn P.I., Borisenko A.V., Drivotin I.G., Lebedev V.Ya. Rotatsionnoe rezanie materialov [Rotary cutting of materials]. Minsk: Nauka i tekhnika Publ., 1987. 229 p. (In Russian)
9. Conejo A.J., Castillo E., Minguez R., Garcia-Bertrand R. Decomposition Techniques in Mathematical Programming: Engineering and Science Applications. 2006. 541 p.
10. Кане М.М. Управление качеством продукции машиностроения [Quality management of engineering products]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 2010. 416 p. (In Russian)
11. Akulovich L.M., Sheleg V.K. Osnovy avtomatizirovannogo proektirovaniya tekhnologicheskikh protsessov v mashinostroyenii [Fundamentals of computer-aided design of technological processes in mechanical engineering]. Moscow: Infra-M, Novoe znanie Publ., 2016. 488 p. (In Russian)
12. Fedotkin I.M. Matematicheskoe modelirovaniye tekhnologicheskikh protsessov. [Mathematical modeling of technological processes]. Moscow: Librokom Publ., 2011. 416 p. (In Russian)
13. Ermakov S.M., Zhiglyavskii A.A. Matematicheskaya teoriya optimal'nogo eksperimenta: uchebnoe po-sobie [Mathematical theory of the optimal experiment: learning aids]. Moscow: Nauka Publ., 1987, 320 p. (In Russian)
14. Markova O.V. Matematicheskaya model' optimizatsii obrabotki tsilindricheskikh poverkhnostei krupnogabaritnogo vrashchayushchegosya oborudovaniya [Mathematical optimization model of large rotating equipment cylindrical surface machining]. Trudy GOSNITI [Proceedings of GOSNITI]. 2015, vol. 119, no. 5, pp. 219–224. (In Russian)
15. Ninul A.S. Optimizatsiya tselevykh funktsii. Analitika. Chislennyye metody. Planirovaniye eksperimenta [Optimization of target functions. Analytics. Numerical methods. Design of an experiment]. Moscow: FIZMATLIT Publ., 2009. 336 p. (In Russian)
16. Kosilova A.G. Spravochnik tekhnologa-mashinostroyitelya [Technologist-mechanical engineer handbook]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1986. 493 p. (In Russian)
17. Volosukhin V.A., Tishchenko A.I. Planirovaniye nauchnogo eksperimenta [Planning of a scientific experiment]. Moscow: RIOR-Infra-m Publ., 2014. 176 p. (In Russian)
18. Sidnyaev N.I. Teoriya planirovaniya eksperimenta i analiz statisticheskikh dannykh [Theory of experiment planning and statistical data analysis]. Moscow: Yurait Publ., 2015. 496 p. (In Russian)
19. Vereshchaka A.S., Kushner V.S. Rezanie materialov [Cutting of materials]. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 2009. 536 p. (In Russian)
20. Troltzsch F. Optimal Control of Partial Differential Equations: Theory, Methods and Applications (Graduate Studies in Mathematics). AMS, 2010. 408 p.

Критерии авторства

Бестужева О.В. имеет на статью авторские права и несет ответственность за плагиат.

Authorship criteria

Bestuzheva O.V. have author's rights and bear equal responsibility for plagiarism.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interests

The author declare that there is no conflict of interests regarding the publication of this article.