



Оригинальная статья / Original article

УДК 629.4; 621.534; 62.752

DOI: <http://dx.doi.org/10.21285/1814-3520-2018-6-19-33>

НОВЫЕ ПОДХОДЫ В ОЦЕНКЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ ДЕЙСТВИИ НЕСКОЛЬКИХ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

© С.В. Елисеев¹, Н.К. Кузнецов², Куанг Чык Вьонг³

^{1,3}Иркутский государственный университет путей сообщения,
664074, Российская Федерация, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15.

²Иркутский национальный исследовательский технический университет,
664074, Российская Федерация, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83.

РЕЗЮМЕ. Рассматриваются динамические свойства технического объекта с двумя степенями свободы в режимах динамического гашения колебаний. Предлагаются технологии построения передаточных функций и определения условий динамического гашения колебаний. **ЦЕЛЬ** работы заключается в разработке метода построения математических моделей для оценки динамических свойств и определения условий реализации динамических эффектов «обнуления» движений по отдельным координатам. **МЕТОДЫ.** Используются методы структурного математического моделирования. Научная новизна работы заключается в оценке возможностей применения в структурах механических колебательных систем устройств для преобразования движения. Разработана технология перехода от передаточных функций колебательных систем к уравнениям для оценки частот динамического гашения колебаний. При этом частота динамического гашения колебаний определяется из условий «обнуления» числителя передаточной функции системы, что позволяет сформировать подход к выявлению и оценке особенностей режимов динамического гашения колебаний. Это связано, в частности, с тем, что при внешнем кинематическом возмущении объекта одновременно возбуждают колебания в обеих парциальных системах. **РЕЗУЛЬТАТЫ.** Предложены алгоритмы построения частотных диаграмм для нахождения искомой частоты динамического гашения колебаний. Показано, что система обладает возможностями реализации различных режимов динамического гашения колебаний. Совместное гашение колебаний по двум координатам может быть реализовано только на одной частоте внешнего возмущения. **ВЫВОДЫ.** Полученные результаты представляют интерес для широкого круга специалистов, которые решают задачи управления динамическим состоянием технологических вибрационных машин, динамики и прочности оборудования, приборов и аппаратуры в условиях интенсивных динамических нагрузений.

Ключевые слова: режимы динамического гашения колебаний, частота динамического гашения колебаний, связность колебаний, частотная диаграмма.

Информация о статье. Дата поступления 27 апреля 2018 г.; дата принятия к печати 25 мая 2018 г.; дата онлайн-размещения 29 июня 2018 г.

Формат цитирования. Елисеев С.В., Кузнецов Н.К., Вьонг Куанг Чык. Новые подходы в оценке динамических свойств технических объектов при одновременном действии нескольких гармонических возмущений // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2018. Т. 22. № 6. С. 19–33. DOI: 10.21285/1814-3520-2018-6-19-33

NEW APPROACHES IN TECHNICAL OBJECT DYNAMIC PROPERTY EVALUATION UNDER SIMULTANEOUS ACTION OF SEVERAL HARMONIC DISTURBANCES

S.V. Eliseev, N.K. Kuznetsov, Q.T. Vuong

¹Елисеев Сергей Викторович, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Научно-образовательного центра современных технологий, системного анализа и моделирования, e-mail: eliseev_s@inbox.ru

Sergey V. Eliseev, Doctor of technical sciences, Professor, Chief Researcher of the Scientific and Educational Center of Modern Technologies, System Analysis and Modeling, e-mail: eliseev_s@inbox.ru

²Кузнецов Николай Константинович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой конструирования и стандартизации в машиностроении, e-mail: knik@istu.edu

Nikolay K. Kuznetsov, Doctor of technical sciences, Professor, Head of the Department of Design and Standardization in Mechanical Engineering, e-mail: knik@istu.edu

³Вьонг Куанг Чык, аспирант, e-mail: trucvq1990@gmail.com

Vuong Quang Truc, Postgraduate, e-mail: trucvq1990@gmail.com



Irkutsk State Transport University
15, Chernyshevsky St., Irkutsk, 664074, Russian Federation
Irkutsk National Research Technical University
83, Lermontov St., Irkutsk, 664074, Russian Federation

ABSTRACT. The article deals with the dynamic properties of a technical object with two degrees of freedom in the modes of dynamic damping of oscillations. The technologies are introduced for transfer function construction and determination of conditions for dynamic damping of oscillations. The **PURPOSE** of the work is to develop a construction method of mathematical models assessing dynamic properties and determining the implementation conditions of dynamic effects of motion nulling by individual coordinates. **METHODS.** The study uses the methods of structural mathematical modeling. The scientific novelty of the work is in the evaluation of the applicability of motion transformation devices in the structures of mechanical oscillating systems. The transition technology from transfer functions of oscillatory systems to equations has been developed in order to estimate the frequencies of dynamic damping of oscillations. The frequency of dynamic damping of oscillations is determined from the conditions of nulling the numerator of the system transfer function. It allows to form an approach for the identification and evaluation of the features of the modes of dynamic damping of oscillations and is connected with the fact that external kinematic perturbation of the object simultaneously excite both partial systems. **RESULTS.** The algorithms are proposed to construct frequency diagrams for finding the required frequency of dynamic damping of oscillations. The system is shown to have the potential to implement different modes of dynamic damping of oscillations. The simultaneous damping of oscillations by two coordinates can be implemented only at one frequency of the external disturbance. **CONCLUSIONS.** The obtained results are of interest to a wide range of specialists engaged in solving the problems of control of the dynamic state of technological vibration machines, dynamics and strength of equipment, tools and devices under intense dynamic loading.

Keywords: *modes of dynamic damping of oscillations, frequency of dynamic damping of oscillations, oscillation connectivity, frequency diagram*

Information about the article. Received April 27, 2018; accepted for publication May 25, 2018; available online June 29, 2018.

For citation. Eliseev S.V., Kuznetsov N.K., Vuong Quang Truc. New approaches in technical object dynamic property evaluation under simultaneous action of several harmonic disturbances. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* = Proceedings of Irkutsk State Technical University. 2018, vol. 22, no. 6, pp. 19–33. DOI: 10.21285/1814-3520-2018-6-19-33. (in Russian).

Введение

Рост рабочих скоростей и нагрузок современных машин, связанный с необходимостью повышения производительности, приводит к появлению значительных динамических нагрузок, упругих деформаций звеньев и вибраций рабочих органов. Вибрации сопровождают работу многих технологических машин горнодобывающих отраслей промышленности, строительной индустрии и обрабатывающих производств⁴ [1–4]. В качестве расчетных схем этих машин широко используются динамические модели на основе механических колебательных систем с сосредоточенными параметрами.

Эффективным подходом для оценки динамических свойств подобных технических объектов на этапе предпроектных исследований является применение аналитических методов, основанных на использовании линейных математических моделей и исследовании их динамических свойств как объектов управления [5, 6]. Математические модели механических колебательных систем с несколькими степенями свободы, описываемые линейными дифференциальными уравнениями 2-го порядка с постоянными коэффициентами, удобны для применения методов структурного математического моделирования [7–9]. При использовании этого подхода механические колебательные системы интерпретируются структурными схемами эквива-

⁴Бауман В.А., Быховский И.И. Вибрационные машины и процессы в строительстве: учеб. пособие для студентов строительных и автомобильно-дорожных ВУЗов. М.: Высшая школа, 1977. 255 с. / Bauman V.A., Bykhovsky I.I. Vibration machines and processes in construction: Learning aids for students of construction and road-building universities. Moscow: Higher School, 1977. 255 p.



лентных в динамическом отношении систем автоматического управления, а используемые технические средства виброзащиты – дополнительными связями.

В настоящей статье излагаются результаты исследований эффективности использования данного подхода для реализации режимов динамического гашения колебаний в технических объектах, подверженных одновременному действию нескольких гармонических возмущений.

Особенности технического объекта и задача исследования

Технические объекты в виде транспортных средств, вибрационных технологических машин или вибростендов в задачах предварительной оценки динамических свойств обычно рассматриваются как системы с двумя степенями свободы, состоящие из твердого тела, совершающего плоские колебательные движения^{5,6} [10]. Внешние воздействия в таких задачах определяются периодическими движениями опорной поверхности, которые считаются известными, в том числе и гармоническими. Оценка динамических свойств объекта виброзащиты при одновременном действии нескольких гармонических возмущений выполним на примере тягового двигателя локомотива с опорно-осевой подвеской, принципиальная схема которого показана на рис. 1, а. В качестве средств виброзащиты электродвигателя использованы упругие элементы и устройства для преобразования движения (УПД) на основе несамотормозящихся винтовых механизмов, имеющих гайки-маховики. Расчетная схема виброзащитной системы двигателя в виде колебательной системы с двумя степенями свободы приведена на рис. 1, б.

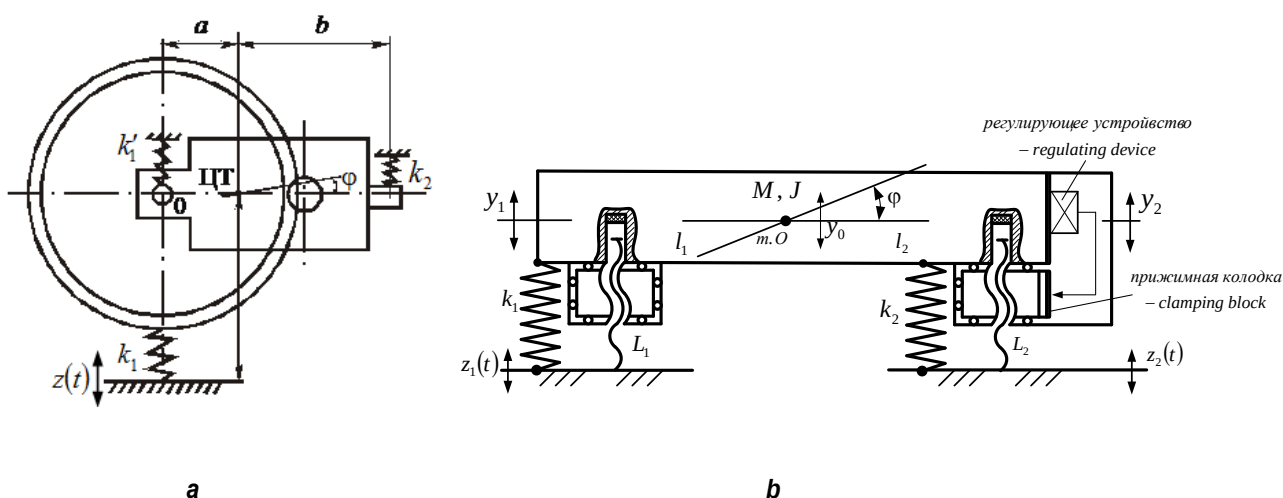


Рис. 1. Принципиальная и расчетная схемы тягового электрического двигателя:
а – принципиальная схема двигателя с опорно-осевой подвеской;
б – расчетная схема тягового двигателя с устройством для преобразования движения
Fig. 1. Principal and calculated diagrams of the traction electric motor:
a – principal diagram of the motor with an axle support suspension;
b – calculated diagram of the traction motor with a motion transformation device

⁵Исмаилов Ш.К. Повышение ресурса изоляции обмоток электрических машин подвижного состава в условиях эксплуатации: дис. ... д-ра техн. наук: 05.22.07. Омск, 2004. 422 с. / Ismailov Sh.K. Improving the service life of rolling stock electrical machine winding insulation of under operation: Doctoral dissertation in technical sciences: 05.22.07. Omsk, 2004. 422 p.

⁶Смалев А.Н. Улучшение показателей динамических качеств локомотива на основе модернизации рессорного подвешивания и совершенствования методики его расчета: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.07. Омск, 2011. 172 с. / Smalev A.N. Improving locomotive dynamic qualities on the basis of modernization of spring suspension and improvement of its calculation methodology: Candidate's dissertation in technical sciences: 05.22.07. Omsk, 2011. 172 pp.



На рис. 1 приняты следующие обозначения: M, J – масса и момент инерции твердого тела относительно оси, проходящей через центр тяжести; k_1, k_2 – коэффициенты жесткости упругих элементов; L_1, L_2 – приведенные массы устройств для преобразования движения [11–13]; l_1, l_2 – координаты центра тяжести; $z_1(t), z_2(t)$ – кинематические возмущения.

Рассмотрим движение твердого тела в системе координат y_1, y_2 , связанных с неподвижным основанием. Уравнения движения системы могут быть получены на основе использования известных рекомендаций, описанных в работах [7, 8]. Структурная математическая модель исходной системы является графическим аналогом системы дифференциальных уравнений и представлена на рис. 2. Построение структурной математической модели основано на применении преобразования Лапласа [7, 8]. Система имеет два входных воздействия: $\bar{z}_1$ и $\bar{z}_2$, а ее динамическое состояние определяется переменными $\bar{y}_1, \bar{y}_2$.

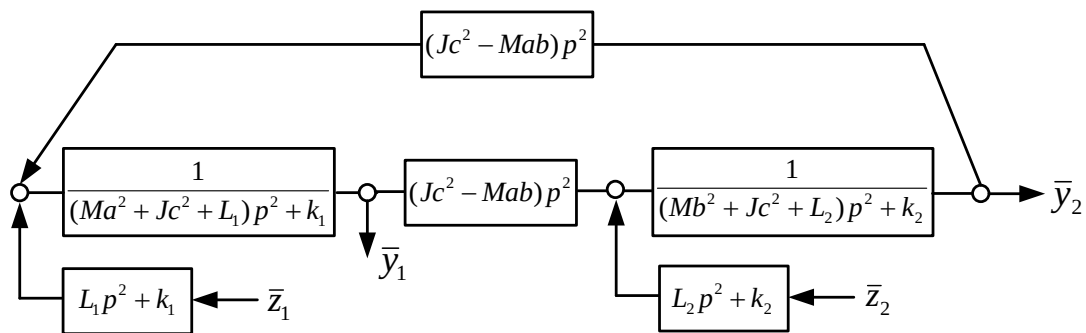


Рис. 2. Структурная математическая модель исходной системы по рис. 1 с кинематическим возмущением

Fig. 2. Structural mathematical model of the initial system according to the fig. 1 with kinematic disturbance

Используя структурную схему, запишем выражения для передаточных функций по $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$ при совместном действии двух гармонических синфазных возмущений:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{(L_1 p^2 + k_1)[(Mb^2 + Jc^2 + L_2)p^2 + k_2] + (L_2 p^2 + k_2)(Jc^2 - Mab)p^2}{A(p)}; \quad (1)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}} = \frac{(L_2 p^2 + k_2)[(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1] + (L_1 p^2 + k_1)(Jc^2 - Mab)p^2}{A(p)}, \quad (2)$$

где $a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}$, $b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}$, $c = \frac{1}{l_1 + l_2}$, а

$$A(p) = [(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1] \cdot [(Mb^2 + Jc^2 + L_2)p^2 + k_2] - [(Jc^2 - Mab)p^2]^2 \quad (3)$$

– является характеристическим частотным уравнением.

Как следует из рис. 2, система состоит из двух парциальных блоков, имеющих между собой инерционные связи, которые приносят некоторые особенности в работу системы. В рамках структурного математического моделирования это, в частности, связано с представлениями о возможностях расширения набора типовых элементарных звеньев в математических моделях механических колебательных систем (МКС) за счет введения типового звена с передаточной функцией двойного дифференцирования. Отметим, что устройства для преобразования движения, упомянутые выше, также относятся к типовым элементам МКС $w_2(p)$ [6, 8, 11].



Математические модели системы и их особенности

Выразим функциональную взаимосвязь параметров L_1 , L_2 с помощью коэффициента связности α в виде

$$L_2 = \alpha \cdot L_1, \quad (4)$$

в случае, когда внешние возмущения равны между собой: $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z}$.

Такая зависимость параметров может быть обеспечена за счет специальной системы взаимодействия элементов. Например, для изменения коэффициента α в УПД на основе несамотормозящихся винтовых механизмов (см. рис. 1, б) может быть введен управляемый момент трения на ободу – гайке маховика [14–18].

Введение коэффициента связности α изменяет передаточные функции системы (1), (2) и ее характеристическое частотное уравнение:

$$W'_{1(p)} = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{(L_1 p^2 + k_1)[(Mb^2 + Jc^2 + \alpha L_1)p^2 + k_2] + (\alpha L_1 p^2 + k_2)(Jc^2 - Mab)p^2}{A_1(p)}; \quad (5)$$

$$W'_{2(p)} = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}} = \frac{(\alpha L_1 p^2 + k_2)[(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1] + (L_1 p^2 + k_1)(Jc^2 - Mab)p^2}{A_1(p)}, \quad (6)$$

где

$$A_1(p) = [(Ma^2 + Jc^2 + L_1)p^2 + k_1] \cdot [(Mb^2 + Jc^2 + \alpha L_1)p^2 + k_2] - [(Jc^2 - Mab)p^2]^2. \quad (7)$$

Парциальные частоты системы в данном случае определяются выражениями:

$$n_1^2 = \frac{k_1}{Ma^2 + Jc^2 + L_1}; \quad (8)$$

$$n_2^2 = \frac{k_2}{Mb^2 + Jc^2 + \alpha L_1}, \quad (9)$$

откуда следует, что парциальная частота n_2 зависит от коэффициента связности α .

В отличие от традиционных подходов [17], частоты динамического гашения колебаний уже не будут совпадать со значениями парциальных частот по обычной схеме формирования, а определяться из условия «обнуления» числителей дробно-рациональных выражений для соответствующих передаточных функций. Это связано с рассмотрением особенностей решения двух биквадратных уравнений:

$$p^4[L_1(Mb^2 + Jc^2 + \alpha L_1) + \alpha L_1(Jc^2 - Mab)] + p^2[k_1(Mb^2 + Jc^2 + \alpha L_1) + k_2(L_1 + Jc^2 - Mab)] + k_1 k_2 = 0; \quad (10)$$

$$p^4[\alpha L_1(Ma^2 + Jc^2 + L_1) + L_1(Jc^2 - Mab)] + p^2[k_2(Ma^2 + Jc^2 + L_1) + k_1(\alpha L_1 + Jc^2 - Mab)] + k_1 k_2 = 0. \quad (11)$$



Таким образом, оценка возможностей проявления режимов динамического гашения колебаний будет связана с наличием соответствующих корней уравнений (10) и (11).

Для нахождения частот динамического гашения колебаний можно предложить графо-аналитический метод решения, основанный на построении так называемой частотной диаграммы системы, которая формируется в виде совокупности графиков зависимостей: $n_1^2(\alpha)$; $n_2^2(\alpha)$; $\omega_{1\text{дин}}^2(\alpha)$; $\omega_{2\text{дин}}^2(\alpha)$; $\omega_{1\text{соб}}^2(\alpha)$ и $\omega_{2\text{соб}}^2(\alpha)$. Графики зависимостей $\omega_{1\text{дин}}^2(\alpha)$, $\omega_{2\text{дин}}^2(\alpha)$ будут отображать условия динамического гашения колебаний.

В случае обычных схем взаимодействия, когда $L_1 = 0$, $L_2 = 0$, в системе координат y_1 , y_2 при действии только одного внешнего возмущения (например, $z_1(t) \neq 0$, $z_2(t) = 0$), режим динамического гашения колебаний реализуется только по координате $\bar{y}_1$; при этом частота динамического гашения колебаний совпадает с парциальной частотой n_1 , то есть $\omega_{1\text{дин}}^2 = n_1^2$. В случае, когда $z_1(t) = 0$, $z_2(t) \neq 0$, будет действовать только один возмущающий фактор. В связи с этим, частота динамического гашения колебаний также будет совпадать с соответствующей парциальной частотой, то есть будет выполняться условие: $\omega_{2\text{дин}}^2 = n_2^2$.

При совместном действии одновременно двух кинематических возмущений $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z}$ и $L_1 = 0$, $L_2 = 0$ частоты динамического гашения колебаний могут быть реализованы и по координате $\bar{y}_1$, и по координате $\bar{y}_2$, что определяется выражениями:

$$\omega_{1\text{дин}}^2 = \frac{k_1 k_2}{Jc^2(k_1 + k_2) + Mb(k_1 b - k_2 a)}, \quad (12)$$

$$\omega_{2\text{дин}}^2 = \frac{k_1 k_2}{Jc^2(k_1 + k_2) + Ma(k_2 a - k_1 b)}. \quad (13)$$

В случае ($k_1 b - k_2 a = 0$) возможно совпадение двух режимов динамического гашения колебаний на одной частоте, что соответствует условию симметрии свойств системы (при $a = b$ выполняется условие $k_1 = k_2$, однако этот случай не рассматривается).

Построение частотной диаграммы системы

Для построения частотной диаграммы системы воспользуемся следующими параметрами: $M = 7000 \text{ кг}$; $J = 2000 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $a = 0,57$; $b = 0,43$; $c = 0,71$; $k_1 = 1000 \text{ кН/м}$; $k_2 = 2000 \text{ кН/м}$; $l_1 = 0,6 \text{ м}$; $l_2 = 0,8 \text{ м}$; $L_1 = 100 \text{ кг}$.

На частотной диаграмме, показанной на рис. 3, приведены графики зависимостей парциальных и собственных частот, а также частот динамического гашения колебаний от коэффициента связности α .

Частота динамического гашения колебаний, на которой будет происходить одновременное динамическое гашение, определяется пересечением кривых $\omega_{1\text{дин}}^2(\alpha)$ и $\omega_{2\text{дин}}^2(\alpha)$ на частотной диаграмме. Отметим, что парциальные и собственные частоты также зависят от коэффициента α .

Точка (1) на рис. 3 определяет частоту динамического гашения колебаний одновременно по двум координатам $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$. Техническая реализация процесса управления параметром α , как уже отмечалось, возможна с помощью тормозных моментов, действующих на гайки-маховики. На оси абсцисс частотной диаграммы имеется разрыв по значениям α для того, чтобы показать необходимые характерные точки графиков: (1), (2), (3), (4).

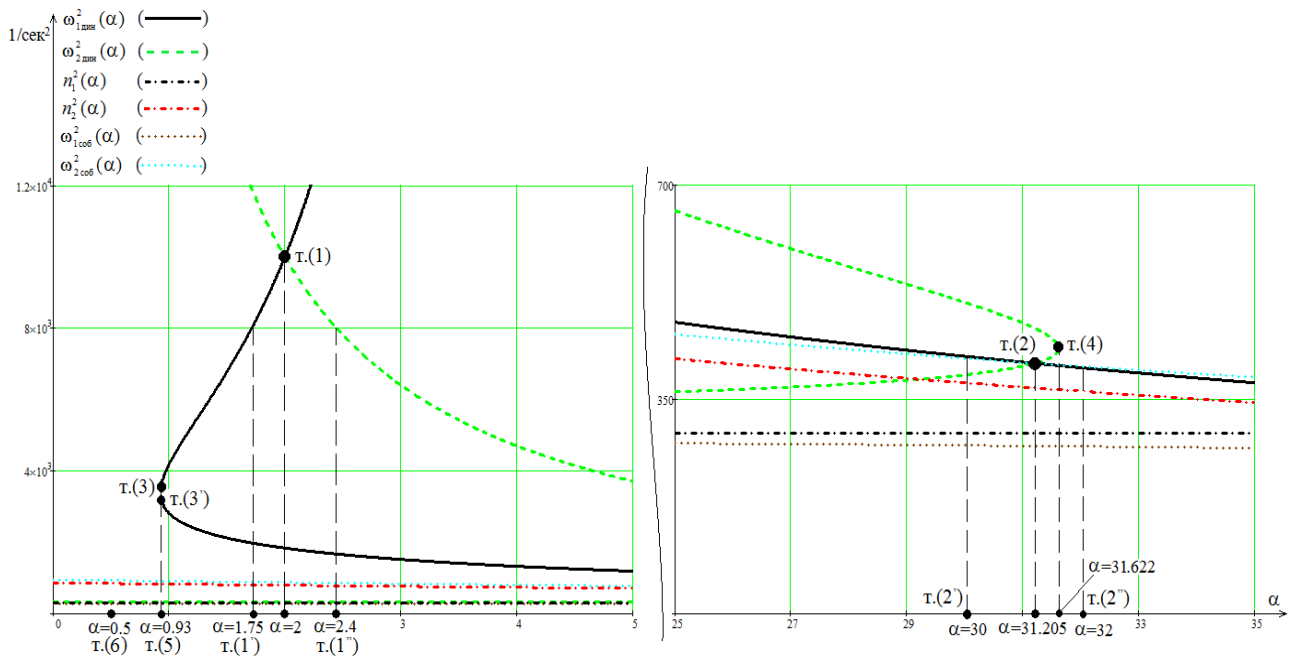


Рис. 3. Частотная диаграмма для определения режимов динамического гашения колебаний при условии $L_1 \neq 0$, $L_2 \neq 0$ и разных значениях коэффициента связности α
Fig. 3. Frequency diagram for determining the modes of dynamic damping of oscillations under condition of $L_1 \neq 0$, $L_2 \neq 0$ and different values of the coefficient of connection α

Точка (2) на частотной диаграмме соответствует пересечению графиков $\omega_{1\text{дин}}^2(\alpha)$, $\omega_{2\text{дин}}^2(\alpha)$ при $\alpha = 31,205$; при этом одновременно через эту точку проходит и график зависимости $\omega_{2\text{соб}}^2(\alpha)$, что дает возможность упрощения форм амплитудно-частотных характеристик (АЧХ). Точки (3) и (4) на графиках $\omega_{1\text{дин}}^2(\alpha)$, $\omega_{2\text{дин}}^2(\alpha)$ соответствуют условиям «перегибов» кривых. Соответственно на оси абсцисс для характерных точек выбраны значения коэффициентов связности α . В частности, точке (1) диаграммы соответствуют на оси абсцисс точки (1') и (1'') с $\alpha = 1,75$ и $\alpha = 2,4$, соответственно; в свою очередь, для точки (2) диаграммы, на оси абсцисс выбраны точки (2') и (2'') со значениями коэффициентов связности, соответственно, равных $\alpha = 30$ и $\alpha = 32$.

Для оценки динамических эффектов в окрестностях точек (3) и (3') на графике зависимости $\omega_{1\text{дин}}^2(\alpha)$ на оси абсцисс отмечены тт. (5) и (6) со значениями $\alpha = 0,93$ и $\alpha = 0,5$, соответственно. Перегибам на графике зависимости $\omega_{2\text{дин}}^2(\alpha)$ соответствует т. (4), для которой коэффициент связности $\alpha = 31,622$.

Рассмотрим особенности АЧХ $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$, $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$ для характерных точек этой частотной диаграммы.

Точка 1 на частотной диаграмме (см. рис. 3).

Для т. (1), которой соответствует $\alpha = 2$ (на оси абсцисс), АЧХ отражают специфические динамические свойства, заключающиеся в том, что на одной частоте внешних воздействий обе координаты $\bar{y}_1$, $\bar{y}_2$ одновременно становятся равными нулю. Этот новый динамический эффект можно назвать «режимом одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$ ».



Графики АЧХ $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$, $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$ для этой точки приведены на рис. 4. Отметим их характерные особенности. В частности, график зависимости $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$ создает на оси абсцисс точки пересечения (I) и (II), которые определяют соответствующие частоты динамического гашения колебаний. График зависимости $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$ также пересекает ось абсцисс в т. (I'), а вторая точка пересечения этого графика с осью абсцисс совпадает с т. (II). Таким образом, при $\alpha = 2$ на одной и той же частоте происходит одновременное динамическое гашение колебаний по координатам $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$. Координата $\bar{y}_1$, также как и $\bar{y}_2$, имеет вторую (автономную) точку пересечения с осью абсцисс – т. (I').

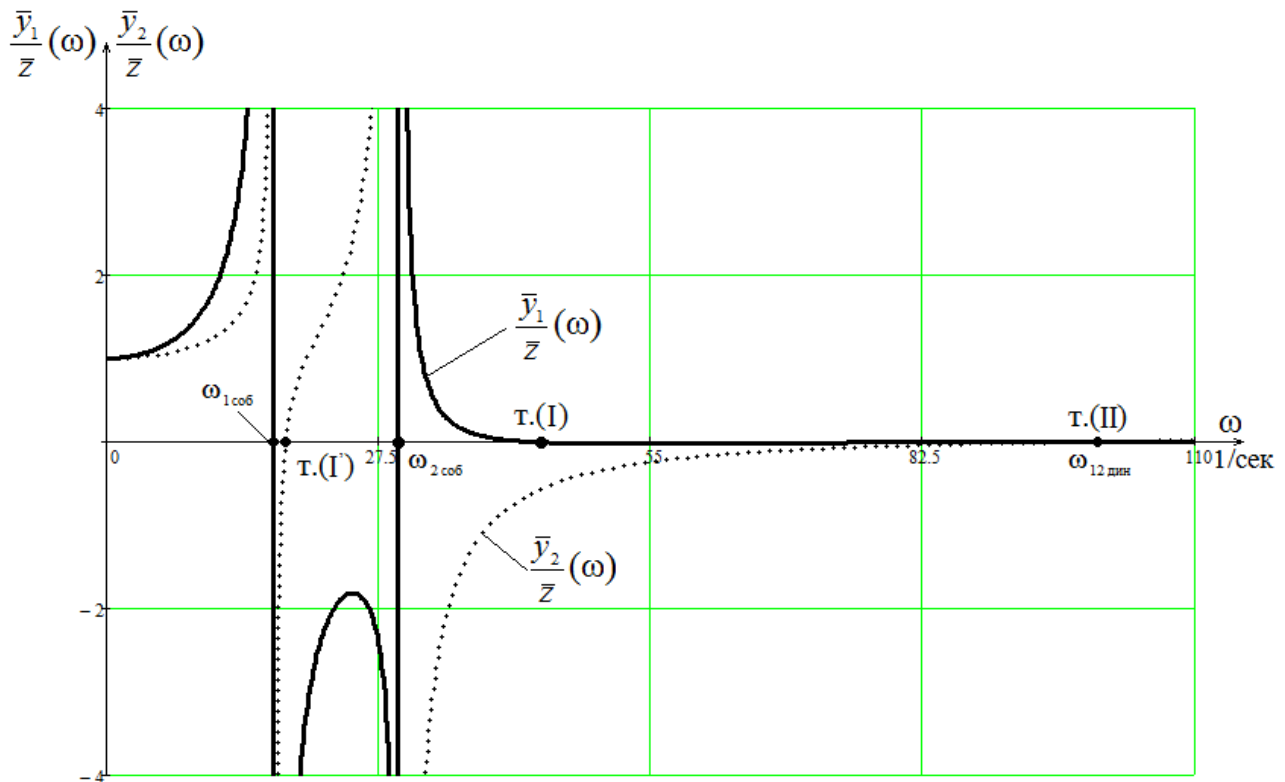


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика системы при $\alpha = 2$
Fig. 4. Amplitude-frequency characteristic of the system for $\alpha = 2$

На рис. 5 показан увеличенный фрагмент АЧХ $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$, $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$ в точке (II), соответствующей частоте одновременного динамического гашения колебаний. Необходимо отметить, что АЧХ системы при наличии УПД ($L_1 \neq 0$, $L_2 \neq 0$) при $p \rightarrow \infty$ стремятся к определенным пределам:

$$W'_{1(p \rightarrow \infty)} = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{L_1(Mb^2 + Jc^2 + \alpha L_1) + \alpha L_1(Jc^2 - Mab)}{(Ma^2 + Jc^2 + L_1) \cdot (Mb^2 + Jc^2 + \alpha L_1) - (Jc^2 - Mab)^2}; \quad (14)$$

$$W'_{2(p \rightarrow \infty)} = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}} = \frac{\alpha L_1(Ma^2 + Jc^2 + L_1) + L_1(Jc^2 - Mab)}{(Ma^2 + Jc^2 + L_1) \cdot (Mb^2 + Jc^2 + \alpha L_1) - (Jc^2 - Mab)^2}. \quad (15)$$

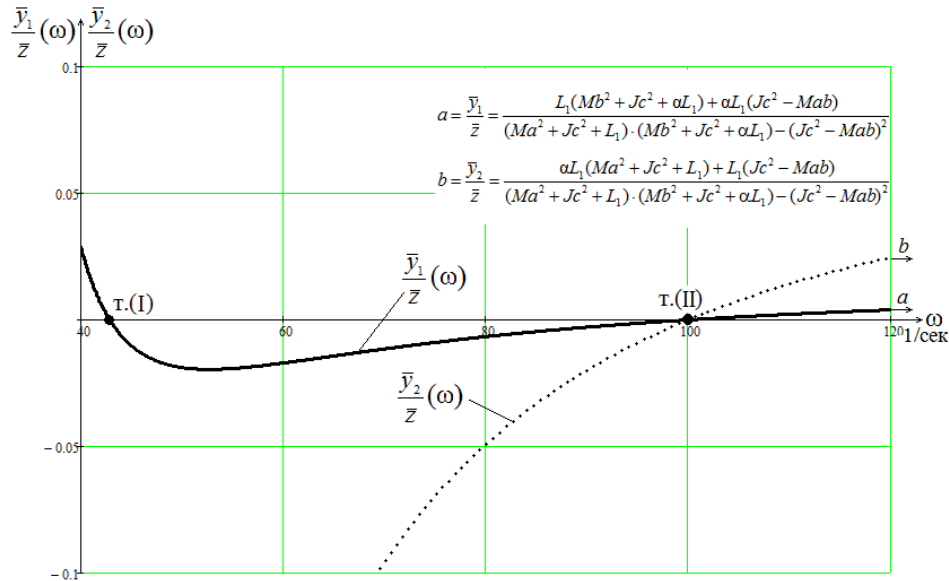


Рис. 5. Увеличенный фрагмент амплитудно-частотной характеристики системы при $\alpha = 2$
Fig. 5. Enlarged fragment of the amplitude-frequency characteristic of the system for $\alpha = 2$

Из рис. 5 следует, что оба графика $\frac{\bar{y}_1}{z}(\omega)$, $\frac{\bar{y}_2}{z}(\omega)$ пересекаются в одной точке с осью абсцисс (т. (II)). Что касается общей характеристики для АЧХ системы, то для графика $\frac{\bar{y}_1}{z}(\omega)$ обе частоты динамического гашения колебаний (т. (I) и т. (II)) находятся в зарезонансной области частот (за частотой собственных колебаний $\omega_{2\text{соб}}$).

Для АЧХ по координате $\bar{y}_2$ частота динамического гашения колебаний т. (I') находится между частотами собственных колебаний $\omega_{1\text{соб}}$ и $\omega_{2\text{соб}}$. Отметим, что подобного рода ситуация отличается от обычных представлений о свойствах МКС с двумя степенями свободы при вынужденных колебаниях, излагаемых в работах по теории линейных колебаний механических систем [17].

При изменении положения характерной точки (1) в сторону меньших ($\alpha = 1,75$ – т. (1') на рис. 3) и в сторону больших ($\alpha = 2,4$ – т. (1'') на рис. 3) АЧХ принимают вид, показанный на рис. 6, а, б.

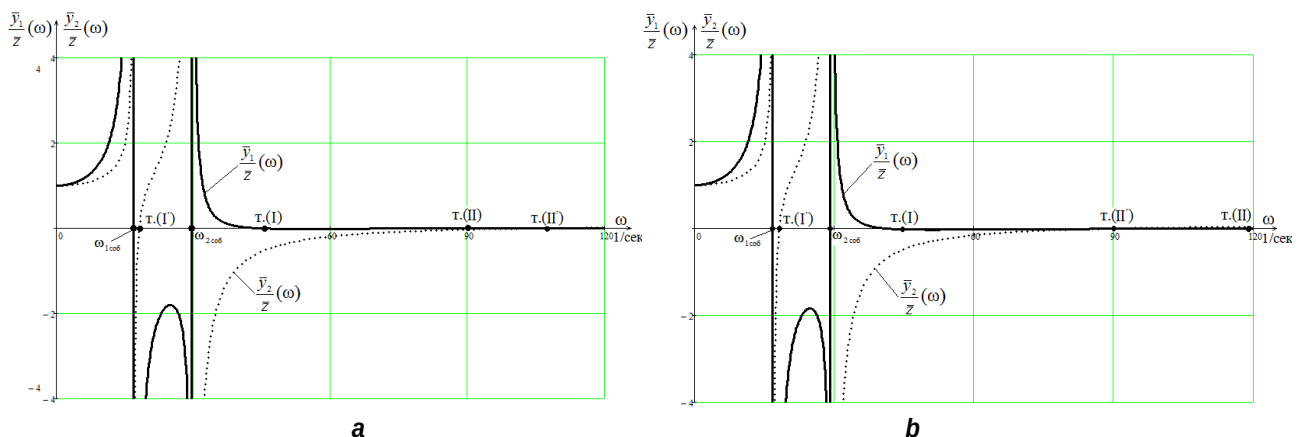


Рис. 6. Амплитудно-частотная характеристика системы:
а – для $\alpha = 1,75$ (т. (1') на рис. 3); б – для $\alpha = 2,4$ (т. (1'') на рис. 3)
Fig. 6. Amplitude-frequency characteristic of the system:
а – for $\alpha = 1.75$ (p.(1') on Fig.3); б – for $\alpha = 2.4$ (p.(1'') on Fig. 3)



При $\alpha = 1,75$ (см. рис. 6 а) и $\alpha = 2,4$ (см. рис. 6 б) общий вид АЧХ не меняется, но режим одновременного динамического гашения колебаний, как это было на рис. 5 в т. (II), уже не реализуется. Вместо этого на графиках можно отметить появление точек (II), (II'). Одна из этих точек соответствует режиму динамического гашения колебаний по координате $\bar{y}_1$, а вторая точка (II') – режиму динамического гашения колебаний по координате $\bar{y}_2$. Таким образом, АЧХ $\frac{\bar{y}_1}{z}(\omega)$ имеет пересечения с осью абсцисс в точках (I), (II), а для АЧХ $\frac{\bar{y}_2}{z}(\omega)$, соответственно, в точках (I'), (II'). Во всех рассмотренных случаях обе АЧХ при увеличении частоты $p \rightarrow \infty$ внешнего воздействия стремятся к своим предельным значениям, определяемым выражениями (14), (15).

Точка 3 на частотной диаграмме (см. рис. 3).

Графики АЧХ, соответствующие этому случаю, приведены на рис. 7.

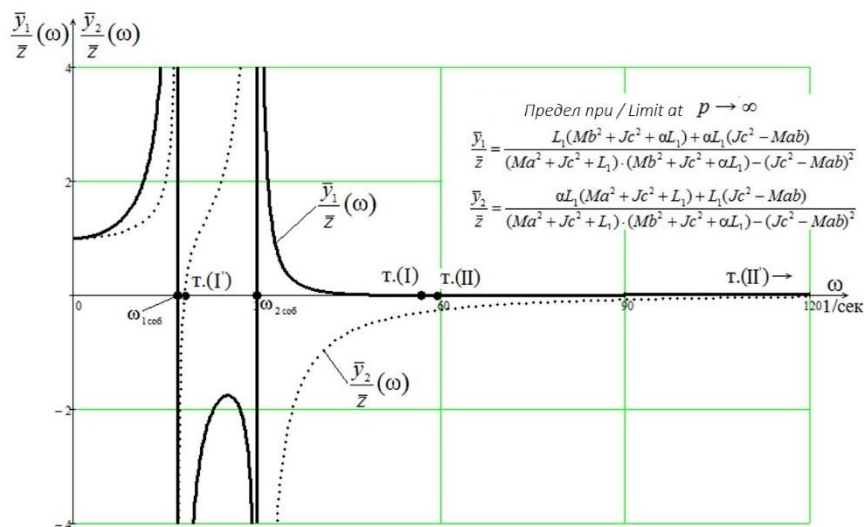


Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика системы при $\alpha = 0,93$

Fig. 7. Amplitude-frequency characteristic of the system for $\alpha = 0.93$

Характерной точке (3) соответствует коэффициенту связности $\alpha = 0,93$, что определяет свойства системы, которые заключаются в том, что при этом коэффициенте имеется два значения частот динамического гашения колебаний в точках (3) и (3') (см. рис. 3).

Графики $\frac{\bar{y}_1}{z}(\omega)$ имеют специфичную область, ограниченную точками (I) и (II), которая может расширяться или сужаться до нулевых значений в зависимости от выбора параметров системы (см. рис. 7). В этом случае АЧХ не имеет режима динамического гашения колебаний по двум координатам одновременно. По координате $\bar{y}_1$ имеется два режима динамического гашения колебаний в точках (I) и (II) в диапазоне за частотой $\omega_{2\text{соб}}$. В свою очередь, по координате $\bar{y}_2$ предполагается один режим динамического гашения колебаний в диапазоне между частотами $\omega_{1\text{соб}}$ и $\omega_{2\text{соб}}$ в т. (I'); второй режим в т. (II') реализуется в области высоких частот.

АЧХ системы, полученные при коэффициенте связности $\alpha = 0,5$ показаны на рис. 8.

При этом коэффициенте АЧХ имеют по одной частоте динамического гашения колебаний. Из рис. 8 видно, что по координате $\bar{y}_2$ частоты динамического гашения колебаний определяются положением т. (I'). При этом т. (II'), которая находится в области высоких частот, на этом рисунке не показана. Что касается координаты $\bar{y}_1$, то режим динамического гашения колебаний не реализуется.

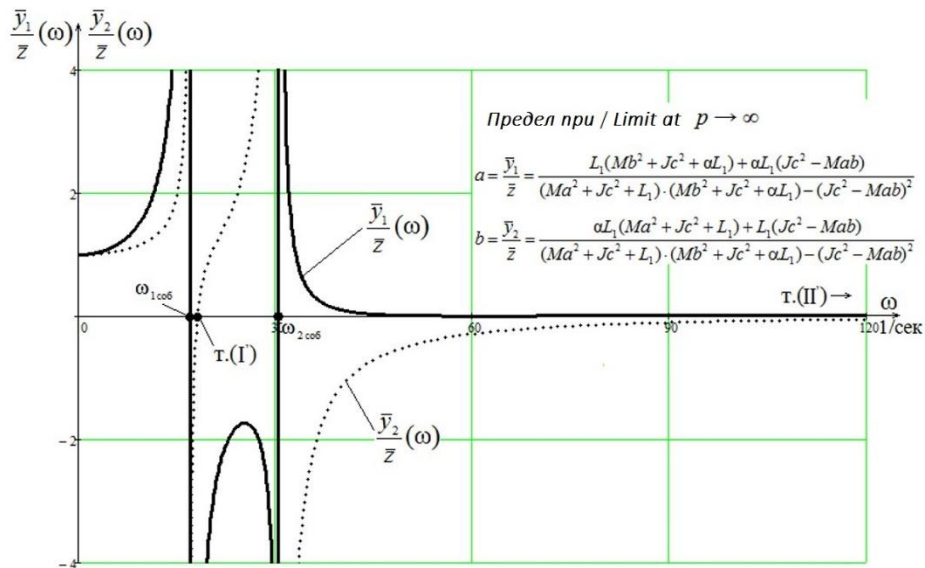


Рис. 8. Амплитудно-частотная характеристика системы при $\alpha = 0,5$
Fig. 8. Amplitude-frequency characteristic of the system for $\alpha = 0.5$

Точка 2 на частотной диаграмме (см. рис. 3).

Для характерной точки (2) на частотной диаграмме системы АЧХ рассматриваются при следующих значениях коэффициента связности: $\alpha = 30$; $\alpha = 31,205$; $\alpha = 32$.

При $\alpha = 31,205$ в точке (2) происходит пересечение трех графиков зависимостей $\omega_{1\text{дин}}^2(\alpha)$, $\omega_{2\text{дин}}^2(\alpha)$ и $\omega_{2\text{соб}}^2(\alpha)$. В этом случае из-за сокращений в выражении для передаточной функции (12) происходят упрощения, в результате которых МКС превращается в систему с одной степенью свободы. Передаточная функция такой системы представляет собой дробно-рациональное выражение с числителем и знаменателем в виде четного полинома второго порядка, а АЧХ приведены на рис. 9. Режим динамического гашения колебаний проявляется для

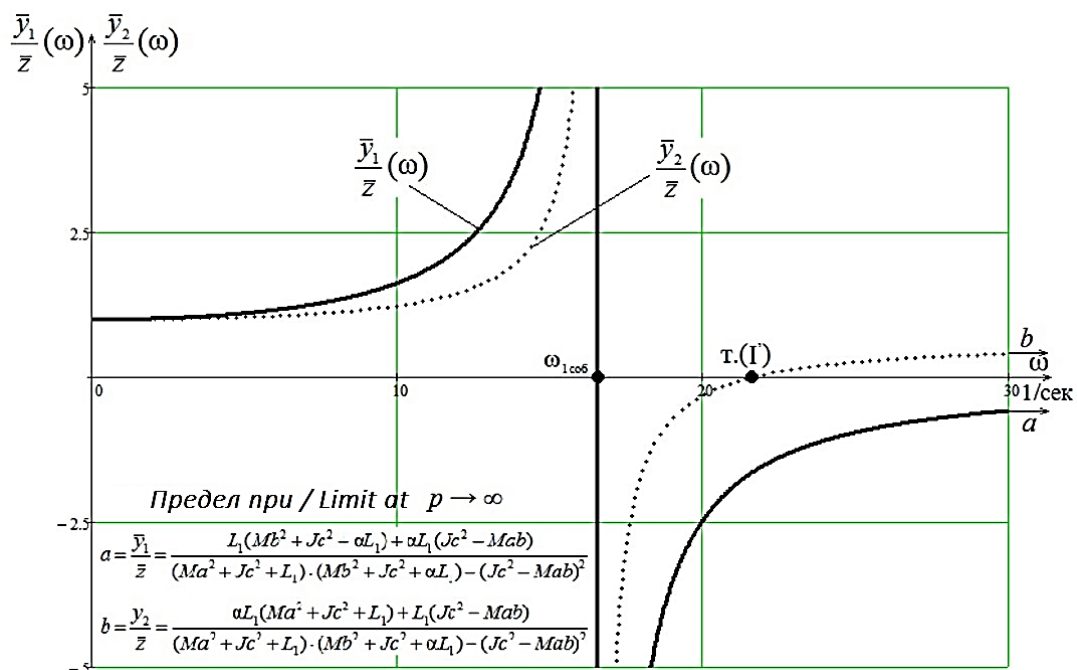


Рис. 9. Амплитудно-частотная характеристика системы при $\alpha = 31,205$
Fig. 9. Amplitude-frequency characteristic of the system for $\alpha = 31.205$



координаты $\bar{y}_2$, что отмечено точкой (I') на рис. 9. Для координаты $\bar{y}_1$ пересечения графика зависимости $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$ с осью абсцисс не будет. При $p \rightarrow \infty$ графики зависимости стремятся к предельным значениям.

При $\alpha = 30$, когда характерная точка (2') (см. рис. 3) находится левее, поскольку $\alpha < 31,205$. На рис. 10 приведены АЧХ при $\alpha = 30$. Графики зависимости $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$ имеют точки пересечения с осью абсцисс в т. (I') и т. (II'), которые определяют соответствующие частоты динамического гашения колебаний.

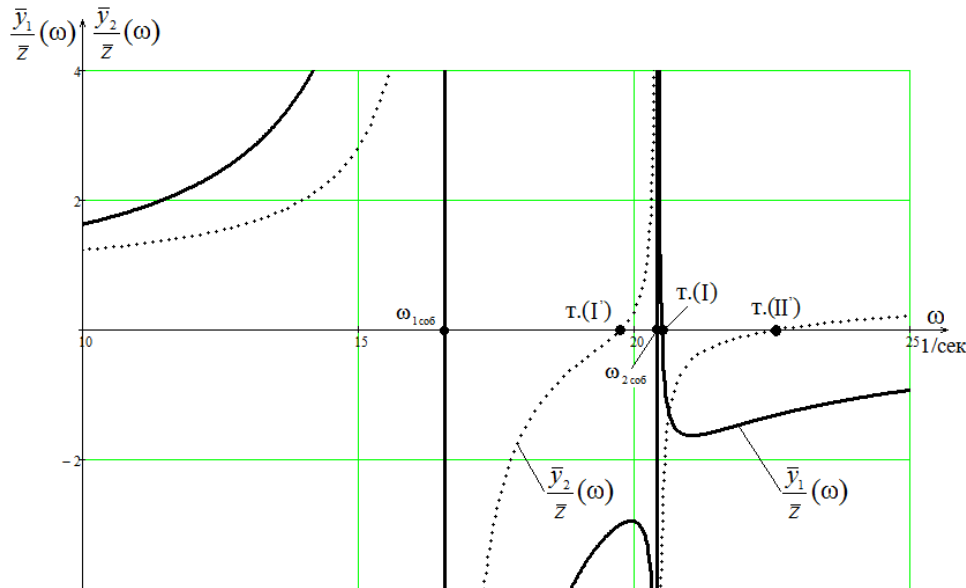


Рис. 10. Амплитудно-частотная характеристика системы при $\alpha = 30$
Fig. 10. Amplitude-frequency characteristic of the system for $\alpha = 30$

Для координаты $\bar{y}_1$ также возможен один режим динамического гашения колебаний в точке (I). Точка (I) приведена на оси абсцисс в непосредственной близости к частоте собственных колебаний $\omega_{2\text{соб}}$. При $\alpha = 32$, что соответствует выходу за пределы граничной точки (2) на рис. 3, АЧХ системы, как показано на рис. 11, претерпевают существенные изменения. По координате $\bar{y}_2$ режим динамического гашения колебаний не реализуется. При возрастании частоты ($p \rightarrow \infty$) АЧХ стремится к пределу. По координате $\bar{y}_1$ имеется режим динамического гашения на частоте, определяемой точкой (I), которая находится в близости к $\omega_{2\text{соб}}$; АЧХ системы также стремится к предельному значению.

Точка 4 на частотной диаграмме (см. рис. 3).

АЧХ для точки 4, что соответствует $\alpha = 31,622$, приведены на рис. 12.

Амплитудно-частотные характеристики близки к тем, что были показаны на рис. 11. При этом характерным является режим динамического гашения колебаний в т. (I'), который определяется касанием графика $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$ оси абсцисс. Для случая $\alpha = 31,622$ характерна близость точек динамического гашения по координате $\bar{y}_1$, $\bar{y}_2$ с частотой собственных колебаний $\omega_{2\text{соб}}$. При дальнейшем увеличении частоты колебаний дополнительных режимов динамического гашения не наблюдается. Вместе с тем существуют предельные значения для графиков зависимостей $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$ и $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$.

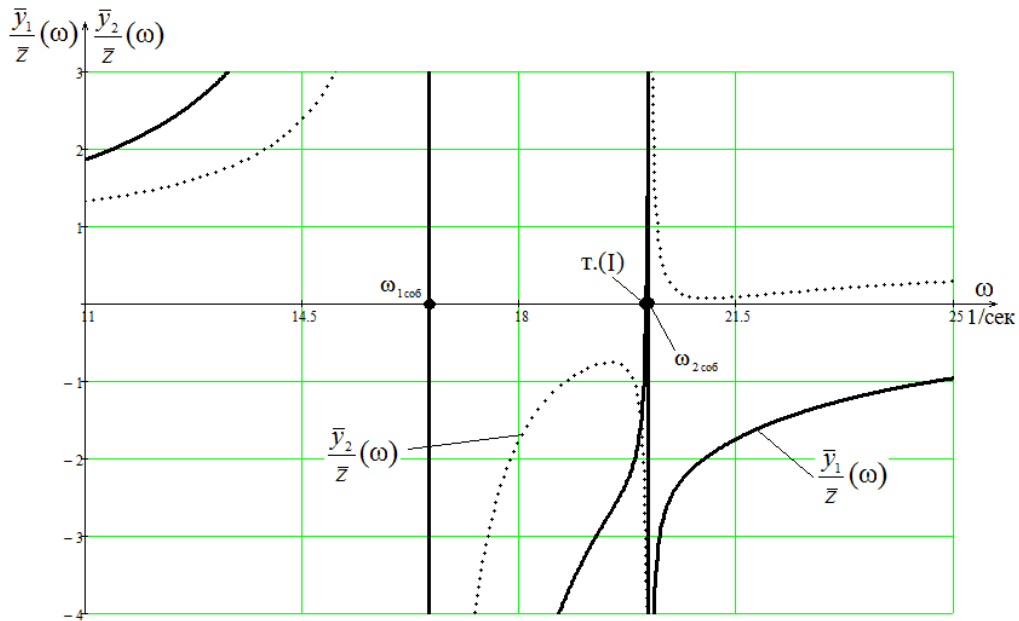


Рис. 11. Амплитудно-частотная характеристика системы для $\alpha = 32$
Fig. 11. Amplitude-frequency characteristic of the system for $\alpha = 32$

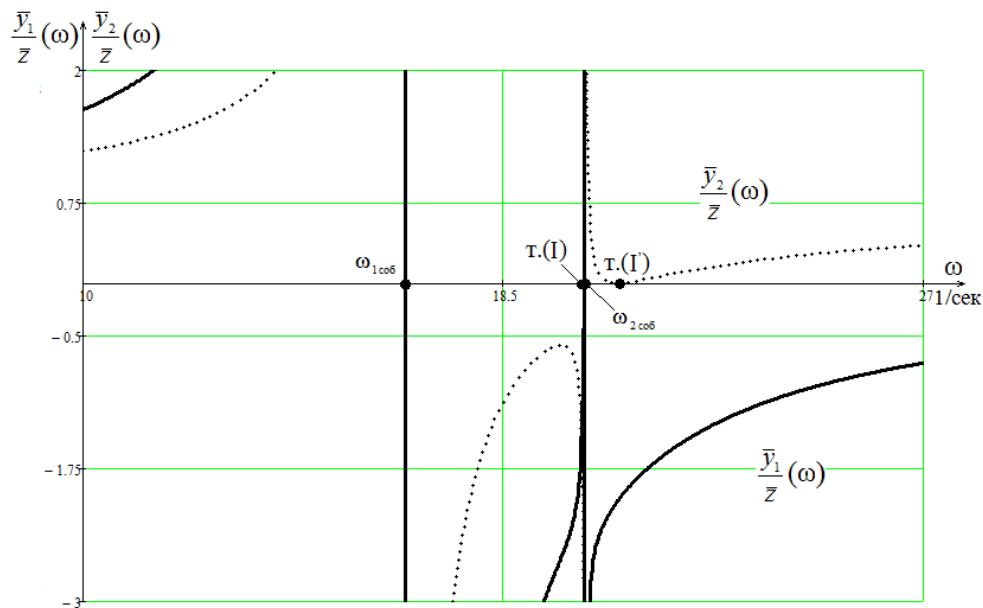


Рис. 12. Амплитудно-частотная характеристика системы для $\alpha = 31,622$
Fig. 12. Amplitude-frequency characteristic of the system for $\alpha = 31.622$

Заключение

Предложен способ построения математических моделей для оценки динамических свойств МКС с несколькими степенями свободы при совместном действии нескольких внешних синфазных гармонических возмущений на основе методов структурного математического моделирования. Построение на основе передаточных функций структурных моделей позволяет использовать подходы и аналитический аппарат частотного анализа теории автоматического управления. На основе метода построения частотных диаграмм МКС проведены исследования возможных динамических состояний систем при двух возмущениях в режимах динамического гашения колебаний.



Показано, что использование двух одновременно действующих возмущений расширяет возможности изменения АЧХ колебательных систем в широких пределах. В частности, обнаружены возможности создания режимов динамического гашения колебаний одновременно по двум координатам, а также формы изменения частотных характеристик при изменениях коэффициентов связности, которые представляют собой отношение между приведенными массами МКС. Для изменения динамических свойств МКС предложено использовать дополнительные звенья в виде устройств для преобразования движения. Конструктивно такие звенья могут быть реализованы на основе несомотормозящихся винтовых, зубчатых или шарнирных механизмов.

Библиографический список

1. Быховский И.И. Основы теории вибрационной техники. М.: Машиностроение, 1968. 362 с.
2. Блехман И.И. Вибрационная механика. М.: Наука, 1994. 394 с.
3. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Прикладные задачи структурной теории виброзащитных систем. СПб.: Политехника, 2013. 363 с.
4. Елисеев С.В., Хоменко А.П. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования. Новосибирск: Наука, 2014. 357 с.
5. Clarence W. Vibration. Fundamentals and Practice / Clarence W., De Silva. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
6. Karnovsky, I.A., Lebed E. Theory of vibration protection. Switzerland: Springer, 2016. 708 p.
7. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2011. 384 с.
8. Елисеев С.В., Артюнин А.И. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем. Новосибирск: Наука, 2016. 459 с.
9. Кашуба В.Б., Елисеев С.В., Большаков Р.С. Динамические реакции в соединениях элементов механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2016. 331 с.
10. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Ситов И.С. Динамика механических систем. Рычажные и инерционно-упругие связи. СПб.: Политехника, 2013. 319 с.
11. Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical systems with additional ties. Irkutsk: Irkutsk State University, 2006. 315 p.
12. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Артюнин А.И., Паршута Е.А., Каимов Е.В. Механизмы в упругих колебательных системах: особенности учета динамических свойств, задачи вибрационной защиты машин, приборов и оборудования. Иркутск, 2013. 187 с. Деп. в ВИНТИ РАН 15.08.2013. № 243.
13. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б., Большаков Р.С. Самоорганизация взаимодействия элементов механических систем в соединениях с устройствами для преобразования движения // Системы. Методы. Технологии. 2016. №1 (29). С. 7–18.
14. Елисеев С.В., Орленко А.И., Нгуен Дык Хуинь. Устройства для преобразования движения в структуре диады механической колебательной системы // Вестник Донского государственного технического университета. 2017. № 3 (90). С. 46–59.
15. Елисеев С.В., Кузнецов Н.К., Большаков Р.С., Нгуен Дык Хуинь О возможностях использования дополнительных связей инерционного типа в задачах динамики технических систем // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2016. № 5. С. 19–36. <https://dx.doi.org/10.21285/1814-3520-2016-5-19-36>
16. Елисеев С.В., Кашуба В.Б., Кинаш Н.Ж., Елисеев А.В. Динамическое гашение колебаний: введение дополнительных связей, рычажные взаимодействия и физические эффекты // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2017. № 1 (120). С. 10–23. <https://dx.doi.org/10.21285/1814-3520-2017-1-10-23>
17. Цзе Ф.С., Морзе И.Е., Хинкл Р.Т. Механические колебания. М.: Машиностроение, 1966. 508 с.
18. Пат. 2604250, Российская Федерация, МПК F16F 15/027, F16F 7/112. Способ и устройство для динамического гашения колебаний / А.П. Хоменко, С.В. Елисеев, А.И. Артюнин, Н.Ж. Кинаш, Р.С. Большаков, Е.В. Каимов. №2015111299/11; заявл. 27.03.2015; опубл. 20.10.2016. Бюл. № 34.

References

1. Byhovskij I.I. *Osnovy teorii vibracionnoj tekhniki* [Fundamentals of the theory of vibration engineering]. Moscow: Machine-Building Publ., 1968, 362 p. (In Russian).
2. Blekhman I.I. *Vibracionnaya mekhanika* [Vibration mechanics]. Moscow: Nauka Publ., 1994, 394 p. (In Russian).
3. Belokobyl'skij S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. *Prikladnye zadachi strukturnoj teorii vibrozashchitnyh system* [Applied problems of the structural theory of vibration protection systems]. Saint-Petersburg: Politekhnik Publ., 2013, 363 p. (In Russian).



4. Eliseev S.V., Homenko A.P. *Dinamicheskoe gashenie kolebaniy: koncepciya obratnoj svyazi i strukturnye metody matematicheskogo modelirovaniya* [Dynamic damping of vibrations: feedback concept and structural methods of mathematical modeling]. Novosibirsk: Nauka Publ., 2014, 357 p. (In Russian).
5. Clarence W. *Vibration. Fundamentals and Practice* / Clarence W., De Silva. Boca Ra-ton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000, 957 p.
6. Karnovsky, I.A., Lebed E. *Theory of vibration protection*. Switzerland: Springer, 2016, 708 p.
7. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Homenko A.P. *Mekhatronnye podhody v dinamike mekha-nicheskikh kolebatel'nyh system* [Mechatronic approaches in the dynamics of mechanical oscillatory systems]. Novosibirsk: Nauka Publ., 2011, 384 p. (In Russian).
8. Eliseev S.V. Artyunin A.I. *Prikladnaya teoriya kolebaniy v zadachah dinamiki linejnyh mekhanicheskikh system* [Applied theory of oscillations in the problems of linear mechanical system dynamics]. Novosibirsk: Nauka Publ., 2016, 459 p. (In Russian).
9. Kashuba V.B., Eliseev S.V., Bol'shakov R.S. *Dinamicheskie reakcii v soedineniyah elementov mekhanicheskikh kolebatel'nyh system* [Dynamic reactions in the connections of mechanical oscillatory system elements]. Novosibirsk: Nauka Publ., 2016, 331 p. (In Russian).
10. Belokobyl'skij S.V., Eliseev S.V., Sitov I.S. *Dinamika mekhanicheskikh sistem. Rychazhnye i inercionno-uprugie svyazi* [Dynamics of mechanical systems. Lever and inertial-elastic ties]. Saint-Petersburg: Politehnika Publ., 2013, 319 p. (In Russian).
11. Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. *Dynamics of mechanical systems with additional ties*. Irkutsk: Irkutsk State University, 2006, 315 p.
12. Homenko A.P., Eliseev S.V., Artyunin A.I., Parshuta E.A., Kaimov E.V. *Mehanizmy v uprugih kolebatel'nyh sistemah: osobennosti ucheta dinamicheskikh svojstv, zadachi vibracionnoj zashchity mashin, priborov i oborudovaniya* [Mechanisms in elastic oscillatory systems: features of dynamic properties account, problems of vibration protection of machines, devices and equipment]. Irkutsk, 2013, 187 p. VINITI RAN 15 August 2013. No. 243. (In Russian).
13. Belokobyl'skij S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B., Bol'shakov R.S. Self-organization of interaction for elements of mechanical oscillatory systems in connection with motion translation device. *Sistemy. Metody. Tekhnologii* [Sistems. Methods. Technologies], 2016, no. 1 (29), pp. 7–18. (In Russian).
14. Eliseev S.V., Orlenko A.I., Nguen Dyk Huin'. Motion translation devices in dyad structure of mechanical oscillatory system. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Don State Technical University], 2017, no. 3 (90), pp. 46–59. (In Russian).
15. Eliseev S.V., Kuznecov N.K., Bol'shakov R.S., Nguen Dyk Huin' On applicability of additional ties of inertial type in the problems of engineering systems dynamics. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Proceedings of Irkutsk State Technical University], 2016, no. 5, pp. 19–36. <https://dx.doi.org/10.21285/1814-3520-2016-5-19-36>. (In Russian).
16. Eliseev S.V., Kashuba V.B., Kinash N.Zh., Eliseev A.V. Dynamic damping of oscillations: introduction of additional ties, lever interactions and physical effects. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Proceedings of Irkutsk State Technical University], 2017, no. 1 (120), pp. 10–23. <https://dx.doi.org/10.21285/1814-3520-2017-1-10-23>. (In Russian).
17. Cze F.S., Morze I.E., Hinkl R.T. *Mekhanicheskie kolebaniya* [Mechanical oscillations]. Moscow: Machine-Building Publ., 1966, 508 p. (In Russian).
18. Khomenko A.P., Eliseev S.V., Artyunin A.I., Kinash N.Zh., Bolshakov R.S., Kaimov E.V. *Sposob i ustrojstvo dlya dinamicheskogo gasheniya kolebaniy* [Method and device for dynamic damping of oscillations]. Patent RF, no. 2604250, 2016.

Критерии авторства

Елисеев С.В., Кузнецов Н.К. и Вьонг Куанг Чык имеют равные авторские права и несут равную ответственность за плагиат.

Authorship criteria

Eliseev S.V., Kuznetsov N.K. and Vuong Quang Truc have equal author's rights and bear equal responsibility for plagiarism.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interests

The authors declare that there is no conflict of interests regarding the publication of this article.